Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΣΤΗΝ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΜΟΡΦΩΣΗΣ ΡΑΔΙΟΕΞΟΠΛΙΣΜΟΥ

Νίκος Βλασσόπουλος[1], Χρήστος Χριστοδουλόπουλος[2]
[1]ΕΕΤΤ Λεωφ. Κηφισίας 60 Μαρούσι
[2]ΕΕΤΤ Λεωφ. Κηφισίας 60 Μαρούσι
e-mail: nvlas@eett.gr

Περίληψη
Για την αξιολόγηση της συμμόρφωσης προϊόντων τεχνολογίας απαιτείται η υιοθέτηση ενός κριτηρίου απόφασης για την συνεκτίμηση της αβεβαιότητας των μετρήσεων, προκειμένου να επιβεβαιωθεί η τήρηση των καθιερωμένων ορίων. Στην περίπτωση των μετρήσεων που αφορούν την συμμόρφωση προϊόντων ραδιοεξοπλισμού χρησιμοποιείται κυρίως το κριτήριο μεριζόμενης διακινδύνευσης (shared risk). Με βάση την ανάλυση της συμπεριφοράς του παραπάνω κριτηρίου εξετάζεται η επίδραση της αβεβαιότητας των μετρήσεων στο αποτέλεσμά του και γίνεται εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας του. Εξετάζονται επίσης οι περιορισμοί που επιβάλλει η ικανοποίηση του κριτηρίου στα σχετικά με την συμμόρφωση χαρακτηριστικά του ραδιοεξοπλισμού.

Λέξεις-Κλειδιά: συμμόρφωση, αβεβαιότητα, ραδιοεξοπλισμός, κριτήριο μεριζόμενης διακινδύνευσης, καθολική διακινδύνευση.

Abstract
Assessment of technology product conformance requires adoption of a decision rule which considers the uncertainty of measurement to confirm the established regulatory limits. In case of measurements regarding the conformance of radio equipment the shared risk criterion is mainly used. Based on the analysis of the behavior of the above criterion the influence of measurement uncertainty on its result is examined and probabilities of failure are estimated. Restrictions which are imposed by the application of the criterion to conformance related radio equipment characteristics are also examined.

Keywords: conformance, uncertainty, radio equipment, shared risk criterion, global risk

1. Εισαγωγή
Το πλαίσιο της ελεύθερης κυκλοφορίας τεχνολογικών προϊόντων στην Ευρωπαϊκή Ένωση στηρίζεται στην πρόβλεψη ότι τα προϊόντα που διατίθενται στην αγορά πρέπει να συμμορφώνονται με ουσιώδεις απαιτήσεις, που αφορούν την υγεία και την ασφάλεια των χρηστών και την προστασία σπάνιων πόρων. Μια περιγραφή του γενικότερου πλαισίου παρέχεται στον Κανονισμό 768/2008/ΕΚ, ενώ το ειδικότερο πλαίσιο για τον ραδιοεξοπλισμό περιλαμβάνεται στην Οδηγία 2014/53/ΕΕ.

Για την ικανοποίηση των ουσιωδών απαιτήσεων, προσδιορίζονται από αρμόδιους οργανισμούς επιτρεπτά όρια, εντός των οποίων οφείλουν να βρίσκονται συγκεκριμένα τεχνικά χαρακτηριστικά του προϊόντος. Η τήρηση των ορίων αυτών τεκμηριώνει την ικανοποίηση των βασικών απαιτήσεων. Τα ανωτέρω επιτρεπτά όρια παρέχονται ως κατώφλια τιμών με τα οποία κάθε μονάδα προϊόντος οφείλει να συμμορφώνεται. Η τήρηση των ορίων είναι ευθύνη του κατασκευαστή, που οφείλει να λαμβάνει τα

απαραίτητα μέτρα, ώστε το σύνολο της παραγωγής του προϊόντος να είναι εντός των επιτρεπτών ορίων.

Καθώς όμως οι μετρήσεις των τεχνικών χαρακτηριστικών συνοδεύονται από την αντίστοιχη αβεβαιότητα είναι απαραίτητο να ακολουθούνται συγκεκριμένοι κανόνες, ώστε να λαμβάνεται απόφαση, για το εάν τα αποτελέσματα των μετρήσεων θεωρούνται εντός ή εκτός των επιτρεπτών ορίων.

Όπως είναι γνωστό, το τυχαίο σφάλμα μέτρησης, η διαφορά δηλαδή του αποτελέσματος της μέτρησης από την πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους είναι συνδυασμός πολλών παραγόντων που έχουν στατιστικό χαρακτήρα. Έτσι, λόγω του κεντρικού οριακού θεωρήματος το τυχαίο σφάλμα μέτρησης ακολουθεί κατά προσέγγιση την κανονική κατανομή. Η τυπική απόκλιση του ανωτέρω τυχαίου σφάλματος προκύπτει ως κατάλληλος συνδυασμός των τυπικών αποκλίσεων όλων των παραγόντων που συνεισφέρουν στην διαμόρφωσή του. Σε κάθε μετρητική διαδικασία, που σχετίζεται με την αξιολόγηση συμμόρφωσης, μαζί με το εξαγόμενο της μέτρησης προσδιορίζεται επίσης η τιμή της διευρυμένης αβεβαιότητας (expanded uncertainty), που προκύπτει πολλαπλασιάζοντας την τυπική αβεβαιότητα (standard uncertainty) της μέτρησης με τον κατάλληλο παράγοντα διεύρυνσης (expansion factor) k, ο οποίος συνήθως λαμβάνεται ίσος με 2. Έτσι, με την υπόθεση της κανονικής κατανομής το διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval), όπου με πιθανότητα 95,45% βρίσκεται η πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους, λαμβάνεται ίσο με το διάστημα που έχει μέσο το αποτέλεσμα της μέτρησης και απόσταση από κάθε άκρο ίσο με την ανωτέρω υπολογιζόμενη διευρυμένη αβεβαιότητα.

Έχοντας σαν δεδομένα το αποτέλεσμα της μέτρησης και την ποσοτική εκτίμηση της αβεβαιότητας, είναι δυνατόν να επιλεγούν διάφορα κριτήρια (BIPM 2012) προκειμένου να ληφθεί απόφαση για την συμμόρφωση.

Στην περίπτωση της αξιολόγησης της συμμόρφωσης του ραδιοεξοπλισμού χρησιμοποιείται το κριτήριο της μεριζόμενης διακινδύνευσης (shared risk) (ETSI 2001). Σύμφωνα με αυτό, ένα μετρούμενο χαρακτηριστικό θεωρείται συμμορφούμενο, εάν κατά την εξέταση μίας μονάδας από τον συνολικό πληθυσμό του προϊόντος, ισχύει ταυτόχρονα ότι α) το αποτέλεσμα της μέτρησης του χαρακτηριστικού που εξετάζεται είναι εντός του επιτρεπόμενου ορίου και β) η διευρυμένη αβεβαιότητα της μέτρησης είναι υποχρεωτικά μικρότερη από ένα μέγιστο αποδεκτό όριο. Το όριο για την αβεβαιότητα προσδιορίζεται κατά περίπτωση, λαμβάνοντας υπόψη τις καθιερωμένες τεχνικές δυνατότητες. Στις παρακάτω ενότητες παρουσιάζεται μία ανάλυση του κριτηρίου, εξετάζεται η επίδραση της αβεβαιότητας στην συμπεριφορά του και διερευνώνται πιθανά κόστη που συνεπάγεται η εφαρμογή του.

2. Ανάλυση του κριτηρίου μεριζόμενης διακινδύνευσης

2.1 Πιθανότητα αστοχίας κατά την μέτρηση ενός δείγματος.

Ας θεωρήσουμε x το αποτέλεσμα της μελλοντικής μέτρησης ενός χαρακτηριστικού από έναν τυχαίο εκπρόσωπο του πληθυσμού που μας ενδιαφέρει. Τότε η x είναι τυχαία μεταβλητή. Από την στιγμή που επιλέγεται το δείγμα που θα μετρηθεί, η μεταβλητή x θα λαμβάνει τιμές που θα καθορίζονται (δεσμεύονται) από την πραγματική τιμή y_r του μετρούμενου. Το αποτέλεσμα συνεπώς της μέτρησης μίας συγκεκριμένης μονάδας του πληθυσμού θα είναι τυχαία μεταβλητή x_r όπου x_r=x/(όταν το μετρούμενο έχει τιμή y_r). Το x_r θα ισούται με το άθροισμα της πραγματικής τιμής του μετρούμενου μεγέθους y_r και του τυχαίου σφάλματος e που εισάγει η μέτρηση. Θα είναι δηλαδή

$$x_r = y_r + e \quad (1)$$

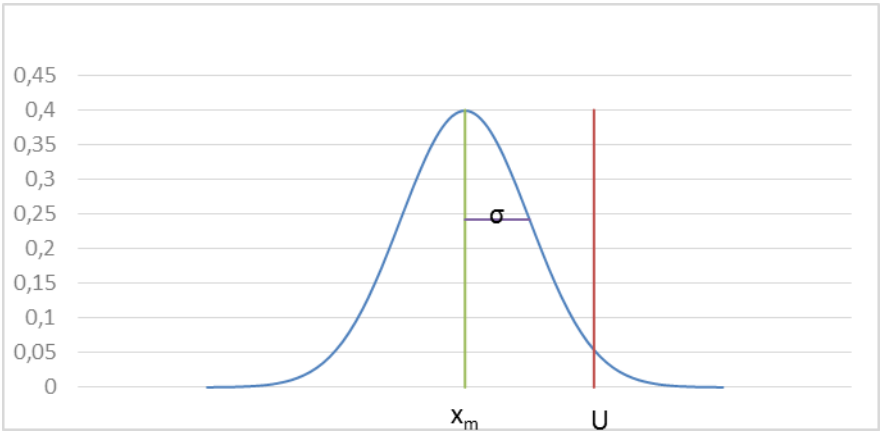
Η τυχαία μεταβλητή e θεωρείται ότι ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση σ_e. Ως εκ τούτου, η μεταβλητή x_r θα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή την πραγματική τιμή του μετρούμενου y_r και τυπική απόκλιση σ_e. Με βάση την πληροφορία που λαμβάνεται από το αποτέλεσμα της μέτρησης μπορούν να συναχθούν συμπεράσματα για την πιθανότητα το μετρούμενο μέγεθος να είναι εντός ή εκτός προδιαγραφών. Αν δηλαδή είναι x_m το αποτέλεσμα της μέτρησης, αυτό λαμβάνεται ως εκτιμήτρια της μέσης τιμής της μεταβλητής x_r. Έτσι, γνωρίζοντας την τυπική αβεβαιότητα σ_e (τυπική απόκλιση) μπορεί να προσδιορισθεί η πιθανότητα να είναι το μετρούμενο χαρακτηριστικό εντός ή εκτός επιτρεπόμενων ορίων. Υποθέτουμε στη συνέχεια ότι οι προδιαγραφές ορίζουν ένα άνω όριο U (Upper Specification Limit) για το μετρούμενο χαρακτηριστικό, περίπτωση που είναι η πλέον συχνή. Τότε σύμφωνα με το κανόνα της μεριζόμενης διακινδύνευσης (shared risk) το μετρούμενο θεωρείται εντός προδιαγραφών μόνο αν $x_m<U$ και $\sigma_e<\sigma_{max}$,όπου σ_{max} είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη τυπική απόκλιση της μέτρησης. Η πιθανότητα να βρίσκεται η πραγματική τιμή του μετρούμενου y_r εκτός ορίων ενώ $x_m<U$ δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$R_c = \int_U^{\infty} f(x, x_m, \sigma_e)dx \quad \text{όπου } f(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad (2)$$

Η ως άνω πιθανότητα προσδιορίζεται ως γνωστόν ευκολότερα μέσω της συνάρτησης Φ(z)

$$R_c = 1 - \Phi\left(\frac{U-x_m}{\sigma_e}\right) \quad \text{όπου } \Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} f(x,0,1)dx \quad (3)$$

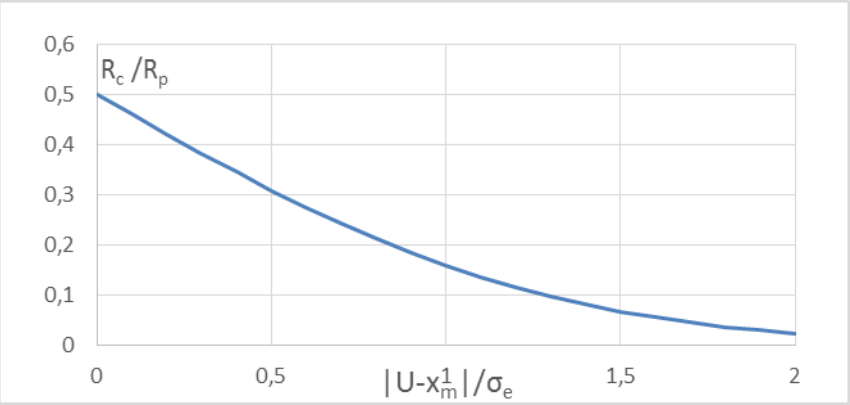
Το R_c είναι γνωστό ως διακινδύνευση του καταναλωτή (consumer risk), η πιθανότητα δηλαδή να είναι η πραγματική τιμή του μετρούμενου εκτός προδιαγραφών, ενώ η μέτρηση του μας δίνει τιμή εντός προδιαγραφών. Το Σχήμα 1 κατωτέρω υποδεικνύει ότι η τιμή του R_c ισούται με το εμβαδόν της επιφάνειας που ορίζεται από τον οριζόντιο άξονα, την ευθείας $x_r=U$, και την καμπύλη $f(x_r, x_m, \sigma_e)$. Είναι προφανές ότι το R_c θα αυξάνεται καθώς μειώνεται η απόσταση του x_m και του U. Η μέγιστη τιμή της πιθανότητας R_c θα είναι 0,5 όταν $x_m=U$.



Σχήμα 1:Εκτίμηση της κατανομή πιθανότητας της πραγματικής τιμής του μετρούμενου όταν το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι x_m και το άνω επιτρεπόμενο όριο U.

Η τιμή του R_c σαν συνάρτηση της απόστασης του αποτελέσματος της μέτρησης από το επιτρεπτό άνω όριο, σύμφωνα με την σχέση (2), απεικονίζεται στο Σχήμα 2. Ο οριζόντιος άξονας είναι σε μονάδες τυπικής απόκλισης σ_e.

Με ανάλογο τρόπο υπολογίζεται η διακινδύνευση του παραγωγού (producer risk) R_p, η πιθανότητα δηλαδή να βρεθεί το αποτέλεσμα της μέτρησης εκτός ορίου x_m>U, ενώ η πραγματική τιμή y_r να είναι εντός ορίου. Οι τιμές που λαμβάνει το R_p απεικονίζονται ομοίως από την καμπύλη του Σχήματος 2.



Σχήμα 2: Η τιμή της πιθανότητας R_c/ R_p σαν συνάρτηση της απόστασης $(U-x_m)/\sigma_e$.

Η πιθανότητα σφάλματος του κριτηρίου συμμόρφωσης, η διακινδύνευση δηλαδή παραγωγού ή καταναλωτή, μπορεί θεωρητικά να μειωθεί, αν αυξηθεί η απόσταση του αποτελέσματος της μέτρησης από το επιτρεπτό όριο σε μονάδες τυπικής απόκλισης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί υπό συνθήκες, αν η μέτρηση επαναληφθεί n φορές και σαν εκτιμήτρια της πραγματικής τιμής χρησιμοποιηθεί ο μέσος όρος των αποτελεσμάτων $\bar{x}_m = \frac{\sum x_m^i}{n}$. Στην περίπτωση αυτή, η τυπική απόκλιση του $\bar{x}_m$ γίνεται $\sigma = {}^{\sigma_e}/_{\sqrt{n}}$.

Επισημαίνεται βέβαια ότι η παραπάνω προσέγγιση μπορεί να εφαρμοσθεί μόνο για αβεβαιότητες τύπου Α και όχι για αβεβαιότητες τύπου Β. Για τις μετρήσεις όμως που αφορούν την συμμόρφωση του ραδιοεξοπλισμού και λαμβάνονται από μία μετρητική διάταξη οι αβεβαιότητες τύπου Α δεν είναι ο πλέον καθοριστικός παράγοντας (ETSI 2001).

2.2 Καθολική διακινδύνευση

Η προσέγγιση της προηγούμενης ενότητας δίνει πληροφορίες για κάθε συγκεκριμένο δείγμα που ελέγχεται, αλλά δεν παρέχει κάποια συσχέτιση με τον πληθυσμό που έχει παραχθεί. Για να επιτευχθεί αυτό χρειάζεται να ληφθεί υπόψη, ότι τα χαρακτηριστικά των μονάδων προϊόντων που κατασκευάζονται σε μία γραμμή παραγωγής εμφανίζουν μεταβλητότητα. Εφόσον έχουν απαλειφθεί τα συστηματικά σφάλματα η πραγματική τιμή τους έχει στοχαστικό χαρακτήρα.

Έτσι, το αποτέλεσμα της μέτρησης που θα προκύψει από την μελλοντική λήψη ενός τυχαίου δείγματος αντιστοιχεί στην τυχαία μεταβλητή x της προηγούμενης ενότητας. Η τυχαία μεταβλητή x είναι το άθροισμα δύο άλλων τυχαίων μεταβλητών. α) Της τυχαίας μεταβλητής y που αντιστοιχεί στην πραγματική τιμή του μετρούμενου και που στην παρούσα εργασία γίνεται η υπόθεση ότι είναι κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_y και τυπική απόκλιση σ_y. β) Του τυχαίου σφάλματος e που αντιστοιχεί στην διαφορά τιμής που προκύπτει από την μέτρηση και της πραγματικής τιμής του προϊόντος που έχει μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση σ_e. Ισχύει δηλαδή ότι

$$x = y + e \qquad (4)$$

Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μεταβλητών x και y δίνεται (BIPM 2012) από μία διμεταβλητή κανονική κατανομή που έχει την μορφή

$$g(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_e} . exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2 + \left(\frac{x-y}{\sigma_e}\right)^2\right]\right\} \quad (5)$$

Η μορφή της g(x,y) υποδεικνύει την διαδικασία επιλογής μίας μονάδος με τιμή y από έναν πληθυσμό κανονικής κατανομής μέσης τιμής μ_y και τυπικής απόκλισης σ_y, που στην συνέχεια μέσω της μέτρησης οδηγεί σε αποτέλεσμα x που επιλέγεται πάλι από έναν πληθυσμό κανονικής κατανομής με μέση τιμή y και τυπική απόκλιση σ_e. Αν η g(x,y) γραφεί με την κλασική μορφή της διμεταβλητής κανονικής κατανομής (Rohatgi 2003), δηλαδή ως

$$g(x,y) = \frac{1}{2\rho\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} exp\left[-\frac{Q(x,y)}{2(1-\rho^2)}\right] \quad (6)$$

όπου

$$Q(x,y) = \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \quad (7)$$

προκύπτει ότι ο συντελεστής συσχέτισης είναι

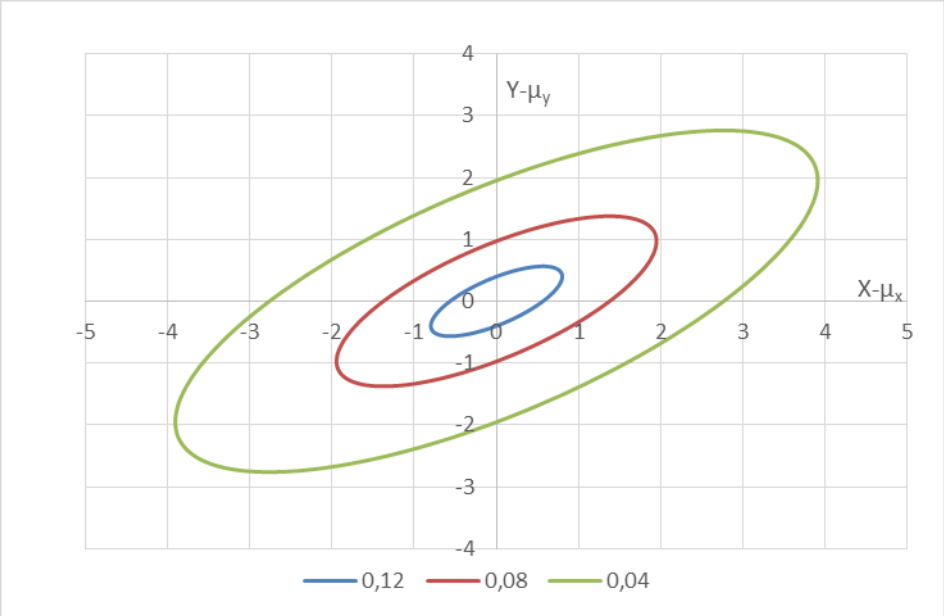
$$\rho = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (8)$$

και επιπλέον

$$\mu_x = \mu_y \quad (9)$$

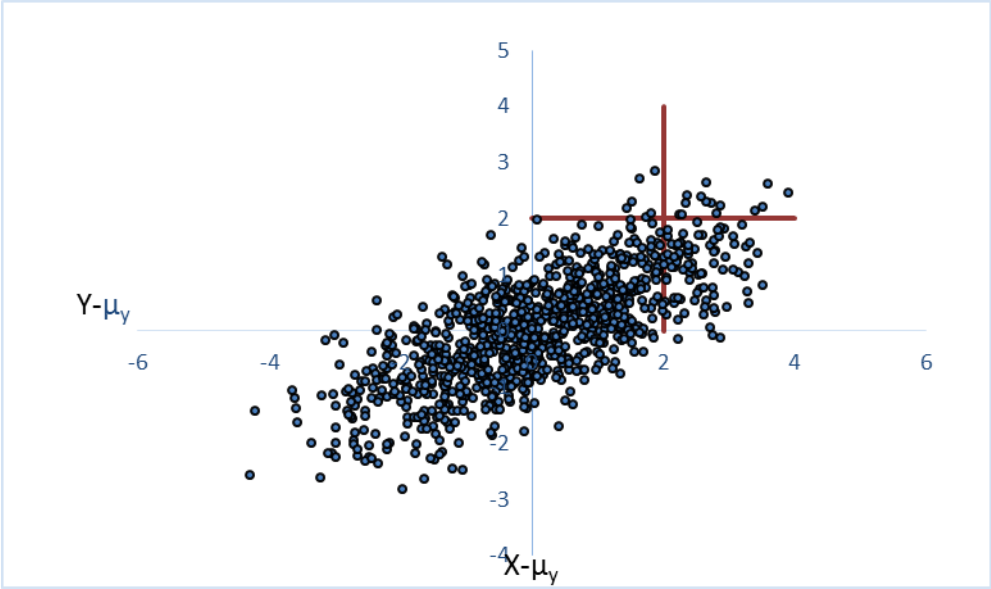
$$\sigma_x{}^2 = \sigma_y{}^2 + \sigma_e{}^2 \quad (10)$$

Δηλαδή, η περιθώρια κατανομή της τυχαίας μεταβλητής x είναι κανονική κατανομή $f(x,\mu_x,\sigma_x)$ που έχει την ίδια μέση τιμή με την y, αλλά η διασπορά της είναι το άθροισμα της διασποράς των μεταβλητών y και e. Η δεσμευμένη κατανομή της x όταν $y=y_r$ ταυτίζεται με την κατανομή της μεταβλητής x_r της προηγούμενης ενότητας δηλαδή ισούται με $f(x,y_r,\sigma_e)$. Ισοσταθμικές καμπύλες όπως προβάλλονται στο οριζόντιο επίπεδο της g(x,y) για $\sigma_y=1$, $\sigma_e=1$ οπότε $\sigma_x=\sqrt{2}$ και $\rho=0{,}707$ δίνονται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Ισοσταθμικές καμπύλες της g(x,y) για τιμές πιθανότητας p=0,12, 0,08, 0,04

Στο επόμενο Σχήμα 4, που έχει προκύψει με προσομοίωση για τον προσδιορισμό των σημείων (x,y), δίνεται μία διαφορετική άποψη του ιδίου θέματος. Αρχικά δηλαδή επιλέγεται η τιμή y, που αντιπροσωπεύει την πραγματική τιμή του μεγέθους που μας ενδιαφέρει, η οποία προκύπτει με τυχαίο τρόπο από την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ_y και τυπική απόκλιση σ_y. Στην συνέχεια η τιμή x του αποτελέσματος της μέτρησής του y προκύπτει εκ νέου με τυχαίο τρόπο από την κανονική κατανομή με μέση τιμή y και τυπική απόκλιση σ_e όπως υποδεικνύει η σχέση (5). Για τους υπολογισμούς έχει ληφθεί εκ νέου ότι $\sigma_y=1$, $\sigma_e=1$.



Σχήμα 4: Απεικόνιση τυχαίων ζευγών y=πραγματική τιμή, x=αποτέλεσμα μέτρησης

Επιπλέον, στο Σχήμα 4 έχουν σημειωθεί οι ευθείες $y=U-\mu_y$ και $x=U-\mu_y$ (όπου για τις ανάγκες απεικόνισης θεωρήθηκε ότι $U-\mu_y=2$). Κάθε μία εξ αυτών χωρίζει το επίπεδο σε δύο ημιεπίπεδα. Το άνω ημιεπίπεδο που ορίζει η $y=U-\mu_y$ καθορίζει την περιοχή στην οποία η πραγματική τιμή του μετρούμενου είναι εκτός προδιαγραφών, ενώ το κάτω ημιεπίπεδο αντιστοιχεί σε πραγματικές τιμές εντός προδιαγραφών. Αντίστοιχα το δεξί ημιεπίπεδο που ορίζει η $x=U-\mu_y$ αντιστοιχεί σε τιμές της μέτρησης που υποδεικνύουν

μετρούμενο εκτός προδιαγραφών, ενώ το αριστερό σε τιμές μέτρησης που υποδεικνύουν μετρούμενο εντός προδιαγραφών. Οι τιμές που λαμβάνει η πραγματική τιμή και το αποτέλεσμα της μέτρησης σε κάθε ένα από τα τέσσερα τεταρτημόρια που ορίζονται από τις δύο πιο πάνω ευθείες απεικονίζονται στον Πίνακα (1).

Πίνακας 1: Πραγματική και μετρούμενη τιμή σε κάθε τεταρτημόριο σε σχέση με προδιαγραφές

Τεταρτημόριο	Πραγματική τιμή	Μετρούμενη τιμή
1ο	εκτός ορίου	εκτός ορίου
2ο	εκτός ορίου	εντός ορίου
3ο	εντός ορίου	εντός ορίου
4ο	εντός ορίου	εκτός ορίου

Η πιθανότητα να βρεθεί το ζεύγος (x,y) στο 2ο τεταρτημόριο αντιστοιχεί (BIPM 2012) στην καθολική διακινδύνευση καταναλωτή (global consumer risk), που ορίζεται ως η πιθανότητα να βρεθεί το αποτέλεσμα μελλοντικής μέτρησης μίας μη συμμορφούμενης μονάδας προϊόντος εντός ορίου. Η πιθανότητα εύρεσης στο 4ο τεταρτημόριο αντιστοιχεί ανάλογα στην καθολική διακινδύνευση παραγωγού (global producer risk) που ορίζεται ως η πιθανότητα να βρεθεί το αποτέλεσμα μελλοντικής μέτρησης μίας συμμορφούμενης μονάδας προϊόντος εκτός ορίου.

Έτσι, οι τιμές της καθολικής διακινδύνευσης μπορούν να υπολογισθούν από την κατανομή g(x,y) (BIPM 2012). Για την καθολική διακινδύνευση καταναλωτή είναι:

$$GR_c = \int_{x=-\infty}^{U}\int_{y=U}^{\infty} g(x,y)dxdy = \int_{\frac{U-\mu_y}{\sigma_y}}^{\infty} \Phi\left(\frac{U-\mu_y-\sigma_y z}{\sigma_e}\right) f(z,0,1)dz \qquad (11)$$

Η καθολική διακινδύνευση παραγωγού δίνεται ως:

$$GR_p = \int_{x=U}^{\infty}\int_{y=-\infty}^{U} g(x,y)dxdy = \int_{-\infty}^{\frac{U-\mu_y}{\sigma_y}} \left[1-\Phi\left(\frac{U-\mu_y-\sigma_y z}{\sigma_e}\right)\right] f(z,0,1)dz \qquad (12)$$

Επίσης, η συνολική πιθανότητα να βρεθεί μία μέτρηση εκτός επιτρεπτού ορίου δίνεται σύμφωνα με την περιθώρια κατανομή της x από την σχέση

$$Pm_{out} = \int_{z=U}^{\infty} f(z,\mu_y,\sigma_x)dz = 1-\Phi\left(\frac{U-\mu_y}{\sigma_x}\right) \qquad (13)$$

αφού $\mu_x=\mu_y$.

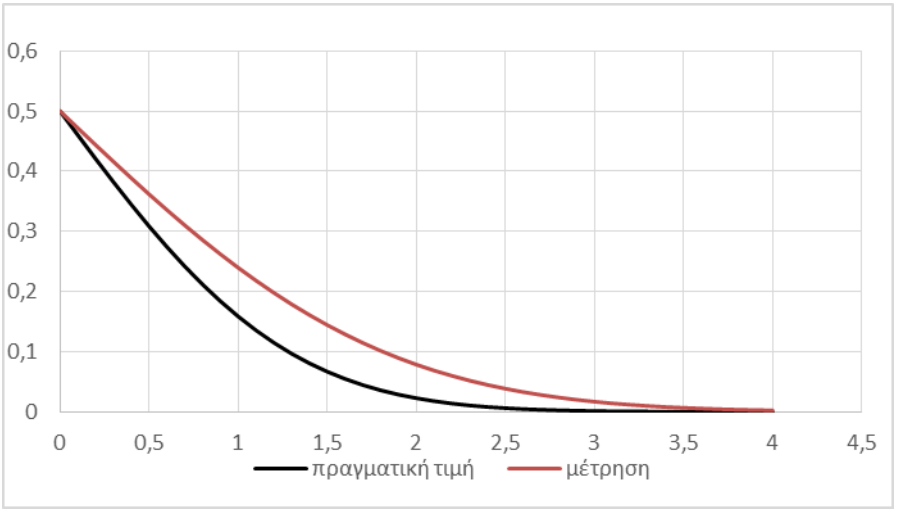
Ο λόγος της απόστασης $U-\mu_y$ προς το τριπλάσιο της τυπικής απόκλισης σ_y είναι γνωστός ως δείκτης ικανότητας διεργασίας (process capability index) C_p (NIST/SEMATECH 2013) και είναι χαρακτηριστικό στοιχείο της γραμμής παραγωγής από την οποία έχουν απαλειφθεί τα συστηματικά σφάλματα. Είναι δηλαδή για την περίπτωσή μας

$$C_p = \frac{U-\mu_y}{3\sigma_y} \qquad (14)$$

Η πιθανότητα να είναι η πραγματική τιμή άνω του επιτρεπόμενου ορίου σαν συνάρτηση του C_p προσδιορίζεται συνεπώς ως

$$P_{out} = \int_{z=U}^{\infty} f(z,\mu_y,\sigma_y)dz = 1-\Phi\left(\frac{U-\mu_y}{\sigma_y}\right) = 1-\Phi(3C_p) \qquad (15)$$

Γραφική παράσταση των πιθανοτήτων Pm_{out} και P_{out} σαν συνάρτηση του $3C_p$ όταν $\sigma_y/\sigma_e=1$ δίνεται στο πιο κάτω Σχήμα 5.



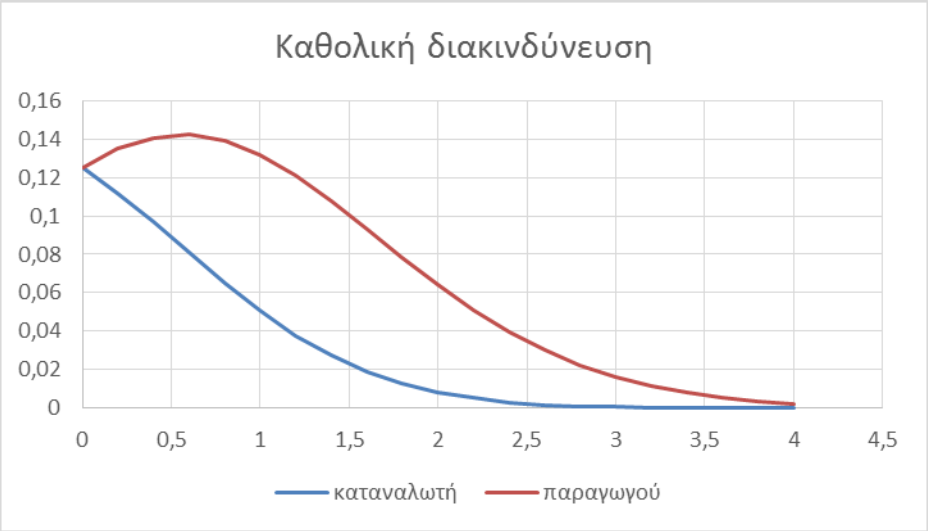
Σχήμα 5: Πιθανότητα να βρίσκεται η πραγματική τιμή / το αποτέλεσμα της μέτρησης εκτός ορίων σαν συνάρτηση του $3C_p$.

Όπως ήταν αναμενόμενο, το Σχήμα 5 δείχνει, ότι η πιθανότητα να βρεθεί το αποτέλεσμα της μέτρησης εκτός ορίου είναι πάντοτε μεγαλύτερο από την πιθανότητα να είναι η πραγματική τιμή εκτός ορίου όταν $C_p>0$. Σημειώνεται ότι από τις σχέσεις (13), (14) και (15) προκύπτει επίσης ότι

$$Pm_{out} = 1 - \Phi(3C_p.\rho) \qquad (16)$$

$$Pm_{out} - P_{out} = \Phi(3C_p) - \Phi(3C_p.\rho) \qquad (17)$$

Επιπλέον, η καθολική διακινδύνευση παραγωγού και καταναλωτή σαν συνάρτηση του $3C_p$ όταν $\sigma_y/\sigma_e=1$ μπορεί να υπολογισθεί με αριθμητική ολοκλήρωση από τις σχέσεις (11) και (12). Οι σχετικές γραφικές παραστάσεις δίνονται στο Σχήμα 6.



Σχήμα 6: Καθολική διακινδύνευση παραγωγού και καταναλωτή σαν συνάρτηση του $3C_p$.

Ο λόγος για τον οποίο η καθολική διακινδύνευση παραγωγού είναι μεγαλύτερη από την καθολική διακινδύνευση καταναλωτή προκύπτει, αν σκεφτούμε, ότι η πυκνότητα πιθανότητας της κανονικής κατανομής μειώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από την μέση τιμή. Κατά συνέπεια ο αριθμός των μονάδων του πληθυσμού με πραγματική τιμή κάτω του ορίου U θα είναι πάντα μεγαλύτερος από τον αριθμό αυτών άνω του ορίου (εφόσον $C_p>0$). Η μετρητική διαδικασία θα δίνει ακολούθως αποτελέσματα διασπείροντας, με τον

τρόπο που υποδεικνύεται από την κανονική κατανομή, τις πραγματικές τιμές. Έτσι, ο αριθμός των μονάδων του πληθυσμού που η μέτρηση θα υποδεικνύει εκτός ορίου ενώ η πραγματική τιμή τους βρίσκεται εντός, θα είναι πάντα μεγαλύτερος από τον αριθμό που η μέτρηση δείχνει εντός ορίου, ενώ η πραγματική τους τιμή βρίσκεται εκτός ορίου. Με βάση τα παραπάνω μπορεί εύλογα κανείς να υποθέσει, ότι η πιθανότητα να βρεθεί αποτέλεσμα μέτρησης εκτός ορίου ισούται με την πιθανότητα να είναι η πραγματική τιμή εκτός ορίου συν την καθολική διακινδύνευση παραγωγού μείον την καθολική διακινδύνευση καταναλωτή. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώνεται καθώς προκύπτει ότι:

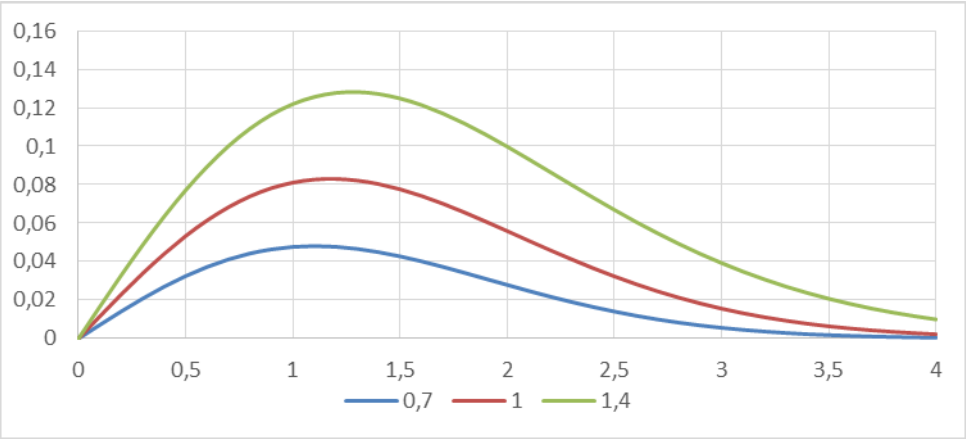
$$Pm_{out} - P_{out} = GR_p - GR_c \qquad (18)$$

Η ανωτέρω ισότητα αποδεικνύεται, αν στον δεύτερο μέλος προσθέσουμε και αφαιρέσουμε τον όρο $\int_{x=U}^{\infty}\int_{y=U}^{\infty} g(x,y)dxdy$.

3. Συζήτηση Συμπεράσματα

Από όσα αναλύθηκαν παραπάνω προκύπτει, ότι κατά την μέτρηση ενός δείγματος το μετρούμενο αποτέλεσμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η μέση τιμή μ_y του πληθυσμού, με την υπόθεση ότι το χαρακτηριστικό του πληθυσμού που μας ενδιαφέρει ακολουθεί κανονική κατανομή. Το διάστημα εμπιστοσύνης όμως θα πρέπει να προσδιορισθεί με βάση την τυπική απόκλιση σ_x και θα έχει εύρος $2\sigma_x$ εκατέρωθεν της μετρούμενης τιμής. Βέβαια το σ_y δεν είναι γνωστό. Εάν για παράδειγμα είναι $\sigma_y=\sigma_e$ τότε το εύρος του διαστήματος εμπιστοσύνης όπου το μ_y θα εμπεριέχεται με πιθανότητα 95,45% ισούται με $4\sigma_x=4\sqrt{2}\sigma_e=5,66\sigma_e$. Σημειώνεται ότι το αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης για την πραγματική τιμή του μετρούμενου δείγματος είναι $4\sigma_e$.

Η ποσότητα (Pm_{out}-P_{out}) μας δίνει την διαφορά της πιθανότητας να είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης εκτός ορίου μείον την πιθανότητα να είναι η πραγματική τιμή εκτός ορίου. Η διαφορά αυτή αντιστοιχεί κατά μία έννοια στην πιθανότητα αστοχίας του κριτηρίου που οφείλεται στην αβεβαιότητα της μέτρησης. Στο παρακάτω Σχήμα 7 έχει σχεδιασθεί η διαφορά (Pm_{out}-P_{out}) σαν συνάρτηση του $3C_p$ όταν σ_e/σ_y=0,7, 1, και 1,4 οπότε ρ=0,82, 0,71 και 0,58 αντίστοιχα. Η διαφορά όπως ήταν αναμενόμενο αυξάνεται όταν αυξάνεται ο λόγος σ_e/σ_y.



Σχήμα 7: Η παράμετρος (Pm_{out}-P_{out}) σαν συνάρτηση του $3C_p$ για σ_e/σ_y=0,7, 1, και 1,4.

Προκύπτει συνεπώς ότι, προκειμένου να εκτιμηθεί η πιθανότητα να βρεθούν σε πιθανό έλεγχο μετρούμενες τιμές χαρακτηριστικών του προϊόντος εκτός του προβλεπόμενου ορίου, απαιτείται, να λαμβάνεται δεόντως υπόψη η τυπική απόκλιση του αποτελέσματος μελλοντικής μέτρησης σε ένα τυχαίο εκπρόσωπο του πληθυσμού. Όπως αναλύθηκε πιο πάνω, η περιθώρια κατανομή της τυχαίας μεταβλητής x έχει μέση τιμή μ_x ίση με την μέση

τιμή της πραγματικής τιμής y, δηλαδή μ_y και τυπική απόκλιση που δίνεται από την σχέση (10). Η σχέση αυτή υποδεικνύει ότι το σ_x δεν είναι τόσο ευαίσθητο σε μεταβολές του σ_e ιδίως όταν $\sigma_y<\sigma_e$. Πράγματι αν θεωρήσουμε ότι αρχικά $\sigma_y=\sigma_e$ και στην συνέχεια το σ_y υποδιπλασιαστεί το σ_x θα μειωθεί μόνο κατά περίπου 21% ενώ αν ήταν δυνατόν το σ_y να υποπενταπλασιασθεί το σ_x θα μειωνόταν μόνο κατά περίπου 28%. Έτσι, η μείωση του σ_y, πέραν κάποιου ορίου, δεν έχει ουσιαστική επίδραση στην πιθανότητα να προκύψει αποτέλεσμα μέτρησης εκτός ορίου.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στην περίπτωση του ραδιοεξοπλισμού, προκειμένου να ληφθεί απόφαση για την συμμόρφωση, η διευρυμένη αβεβαιότητα της μέτρησης απαιτείται να βρίσκεται κάτω από ένα ανώτερο όριο. Τυπικό παράδειγμα ανώτερων ορίων διευρυμένης αβεβαιότητας δίνονται στον πίνακα του Σχήματος 8 σύμφωνα με το ETSI (2016).

Parameter	Uncertainty
Radio Frequency	±1 x 10^{-7}
RF Power (up to 160 W)	±0,75 dB
Radiated RF power	±6 dB
Adjacent channel power	±5 dB
Conducted spurious emission of transmitter valid up to 12,75 GHz	±4 dB
Conducted spurious emission of receiver, valid up to 12,75 GHz	±7 dB
Two-signal measurement, valid up to 4 GHz	±4 dB
Three-signal measurement	±3 dB
Radiated emission of the transmitter, valid up to 4 GHz	±6 dB
Radiated emission of receiver, valid up to 4 GHz	±6 dB
Transmitter intermodulation	±3 dB
Receiver desensitization (duplex operation)	±0,5 dB
Temperature	±1 °C
Humidity	±10 %
NOTE: Valid up to 1 GHz for the RF parameters unless otherwise stated.	

Σχήμα 8: Μέγιστες τιμές διευρυμένης αβεβαιότητας σύμφωνα με το πρότυπο EN 300 086

Για τον προσδιορισμό της τυπικής απόκλισης σ_e οι τιμές της διευρυμένης αβεβαιότητας που δίνονται στο Σχήμα 8 πρέπει να υποδιπλασιασθούν ώστε να προκύψει η μέγιστη επιτρεπόμενη τυπική απόκλιση του τυχαίου σφάλματος της μέτρησης. Συνεπώς ο κατασκευαστής, γνωρίζοντας την μέγιστη αποδεκτή τυπική απόκλιση σ_e, θα πρέπει να προσαρμόσει την παραγωγή του, σε μία κατάλληλη μέση τιμή, ώστε να επιτύχει την πιθανότητα Pm_{out} που επιδιώκει με βάση την εξίσωση (16).

Για παράδειγμα στην περίπτωση των ακτινοβολούμενων εκπομπών η διευρυμένη αβεβαιότητα (Σχήμα 8), είναι 6dB και συνεπώς η αντίστοιχη τυπική απόκλιση της μέτρησης θα είναι σ_e=3dB. Οι τιμές του δείκτη ικανότητας διεργασίας C_p, όπως προκύπτουν από την εξίσωση (16), ώστε να επιτυγχάνεται Pm_{out}=0,05, για διάφορες τιμές του συντελεστή συσχέτισης ρ, φαίνονται στον Πίνακα (2). Σημειώνεται ότι για να επιτευχθεί P_{out}=0,05 απαιτείται με βάση την εξίσωση (15) C_p=0,55. Παρατηρούμε ότι καθώς το ρ μειώνεται η επίδραση της αβεβαιότητας της μέτρησης γίνεται πιο καθοριστική.

Πίνακας 2: Απαιτούμενες τιμές του C_p ώστε Pm_{out}=0,05

σ_y	1	2	3	4	5
ρ	0,31	0,55	0,70	0,80	0,86
C_p	1,73	0,99	0,78	0,69	0,64

Συνάγεται λοιπόν, ότι οι μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές διευρυμένης αβεβαιότητας, στο πλαίσιο της εφαρμογής της μεθόδου της μεριζόμενης διακινδύνευσης, θέτουν

περιορισμούς στις πραγματικές τιμές που μπορούν να λάβουν τα χαρακτηριστικά του ραδιοεξοπλισμού που υπόκεινται σε κανονιστικό έλεγχο. Η συγκριτική αποτίμηση διαφόρων παραλλαγών του κριτηρίου μεριζόμενης διακινδύνευσης, που θα οδηγούσαν σε άμβλυνση των περιορισμών αυτών μπορεί να είναι αντικείμενο επέκτασης της παρούσας μελέτης, σε επόμενο στάδιο. Τέτοιες παραλλαγές δύνανται να περιλαμβάνουν για παράδειγμα τον έλεγχο περισσότερων του ενός δοκιμίων από διαφορετικές μετρητικές διατάξεις. Επιπλέον θα είχε ενδιαφέρον να εξετασθεί η συμπεριφορά του κριτηρίου μεριζόμενης διακινδύνευσης για πληθυσμούς παραγόμενων προϊόντων που δεν ακολουθούν κανονική κατανομή.

4. Βιβλιογραφία

BIPM JCGM 100: “Evaluation of measurement data- Guide to the expression of uncertainty in measurement” 2008

BIPM JCGM 106: “Evaluation of measurement data- The role of measurement uncertainty in conformity assessment” 2012

ETSI EN 300 086 v2.1.2 “Land mobile service; Radio equipment with an internal or external RF connector intended primarily for analogue speech; Harmonised Standard covering the essential requirements of article 3.2 of the Directive 2014/53/EU” 2016.

ETSI TR 100 028-1, v1.4.1 “Electromagnetic compatibility and Radio spectrum matters (ERM); Uncertainties in the measurement of mobile radio equipment characteristics Part 1” 2001

ETSI TR 100 028-2, v1.4.1 “Electromagnetic compatibility and Radio spectrum matters (ERM); Uncertainties in the measurement of mobile radio equipment characteristics Part 2” 2001

Dobbert M. “Unterstanding measurement risk” White Paper, Agilent Technologies

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods, 2013

Rohatgi K.V. “Statistical Inference” 2003, Dover

Wheeler J.D. “How to establish manufacturing specifications” 2003, ASQ website