

# ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΗΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΙΣΗΣ ΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ ΟΧΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Κωνσταντίνος Νικολίτσας  
e-mail: [knikol81@survey.ntua.gr](mailto:knikol81@survey.ntua.gr)

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών

## Περίληψη

Όπως είναι γνωστό, οι τροχοί των οχημάτων δεν είναι ποτέ αυστηρά παράλληλοι μεταξύ τους, ούτε κάθετοι στο οδόστρωμα, όσο και αν αυτό δεν φαίνεται με γυμνό μάτι. Η σχετική θέση των τροχών έχει άμεση επίδραση στη δυναμική συμπεριφορά του οχήματος είτε κινείται ευθεία είτε στρίβει είτε φρενάρει. Η επίδραση αυτή έχει άμεση σχέση με την ασφάλεια των επιβαινόντων του οχήματος.

Για το λόγο αυτό συνίσταται από τις βιομηχανίες κατασκευής οχημάτων να πραγματοποιείται έλεγχος της ευθυγράμμισης των τροχών του οχήματος με τη χρήση ειδικών συστημάτων. Κατά την διαδικασία ελέγχου της ευθυγράμμισης υπολογίζονται οι γωνίες που σχηματίζουν οι τροχοί τόσο μεταξύ τους όσο και με τους άξονες κύλισης του οχήματος.

Οι σημαντικότερες από αυτές τις γωνίες είναι: (α) η γωνία **camber** που ορίζεται ως η γωνία κάθε τροχού σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα, και (β) η γωνία **toe** που σχηματίζεται στην κάτωψη του οχήματος από την επέκταση των νοητών ευθειών των τροχών του ίδιου άξονα όταν αυτές τέμνονται σε κάποιο σημείο. [<http://www.car-engineer.com/suspension-design-definitions-and-effects-on-vehicle-behavior/>]

Στην παρούσα εργασία προτείνεται και αξιολογείται μία νέα μεθοδολογία προσδιορισμού των γωνιών αυτών με γεωδαιτικές μεθόδους, με τη χρήση σύγχρονων ολοκληρωμένων γεωδαιτικών σταθμών (total stations). Θεωρώντας τα αποτελέσματα αυτά ως πρότυπες τιμές γίνεται αξιολόγηση αν μπορεί να πραγματοποιηθεί η διακρίβωση των οργάνων ελέγχου της ευθυγράμμισης που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο των τροχών.

*Λέξεις-Κλειδιά:*

*γεωδαιτικές μέθοδοι, ευθυγράμμιση τροχών οχήματος, γωνία camber, γωνία caster, γωνία Toe, γεωδαιτικοί σταθμοί*

## CALIBRATION OF A VEHICLE'S WHEEL ALIGNMENT CONTROL SYSTEM BY USING GEODETIC METHODS

### *Abstract*

It is well known, that a vehicle's wheels can never be strictly parallel to each other, nor perpendicular to the road, even if this cannot be seen with the naked eye.

Their relative position has a direct effect on the dynamic behavior of the vehicle whether it moves straight ahead or turns or brakes. This effect has a direct impact on the safety of the passengers.

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

6<sup>ο</sup> Τακτικό Εθνικό Συνέδριο Μετρολογίας  
Πολεμικό Μουσείο Αθηνών  
Αθήνα, 13-14 Μαΐου 2016

For this reason, automobile manufacturers recommend to perform alignment control of the vehicle's wheels by using special systems.

During this process, various angles are being calculated, e.g. the angle between the vehicle's wheels, or the angle between the wheels and the vehicle's movement axes.

**The most important of these angles are:** (a) the angle between each wheel and the vertical axis, which is called «**camber**», and (b) the angle «**toe**», which is formed on the plan of the vehicle by extending the theoretical straight lines of the wheels of the same axis at the point of their intersection.

In this paper a new methodology for measuring these angles with geodetic methods, exploiting the use of total stations is proposed and evaluated.

By using these results as reference values, the calibration of the control instruments which are used for the alignment could be easily carried out.

**Key words:** *geodetic methods, vehicle's wheels alignment, camber angle, toe angle, total stations*

## 1. Εισαγωγή

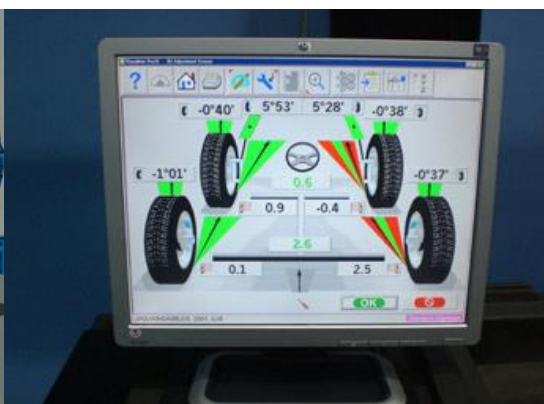
Η διαδικασία ευθυγράμμισης των τροχών των οχημάτων πραγματοποιείται με τη χρήση ειδικών μηχανών, (εικόνα 1) πάνω στις οποίες τοποθετούνται τα οχήματα, ενώ ειδικές διατάξεις με ειδικούς αισθητήρες προσαρμόζονται στους τροχούς των οχημάτων. Οι αισθητήρες αυτοί με τη βοήθεια ειδικού λογισμικού παρέχουν τις τιμές των γωνιών camber και toe (εικόνα 2), οι οποίες στην συνέχεια συγκρίνονται με τις ονομαστικές τιμές των αντίστοιχων γωνιών οι οποίες παρέχονται από τους κατασκευαστές των οχημάτων.

Η γωνία **camber** ορίζεται ως η γωνία κάθε τροχού σε σχέση με τον κατακόρυφο άξονα ενώ η γωνία **toe** σχηματίζεται στην κάτοψη του οχήματος από την επέκταση των νοητών ευθειών των τροχών του ίδιου άξονα όταν αυτές τέμνονται σε κάποιο σημείο. [<http://www.car-engineer.com/suspension-design-definitions-and-effects-on-vehicle-behavior/>]

Στην περίπτωση που διαπιστωθούν σημαντικές αποκλίσεις τότε ο συντηρητής του οχήματος εκτελεί ορισμένες μηχανικές επεμβάσεις στο σύστημα αξόνων του αυτοκινήτου ώστε αυτό να επανέλθει στην ορθή του θέση. Στις παρακάτω εικόνες 1 και 2 παρουσιάζονται μία τυπική μηχανή ευθυγράμμισης όπως και τα οπτικοποιημένα αποτελέσματα που αυτή παρέχει μέσα από το λογισμικό που τη συνοδεύει καθώς και η σχηματική αναπαράσταση των γωνιών που η μηχανή αυτή μπορεί να προσδιορίσει (εικόνα 3 & 4).

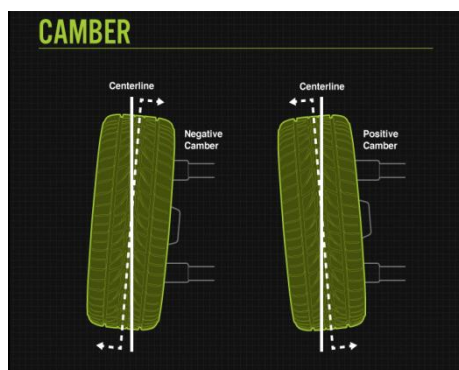


Εικόνα 1: Μηχανή ευθυγράμμισης οχήματος



Εικόνα 2: Λογισμικό ευθυγράμμισης οχήματος

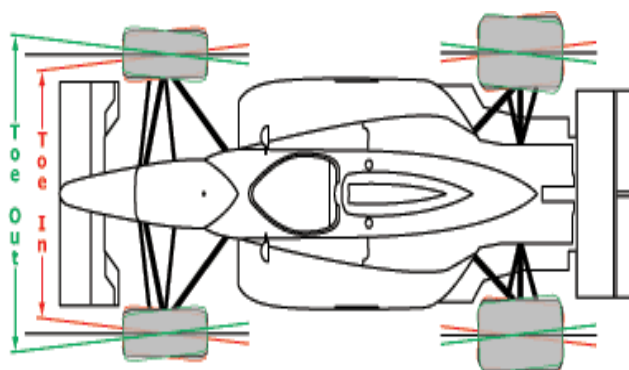
Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.



Εικόνα 3: Η γωνία Camber (όψη)

[<http://www.bridgestonetire.com/tread-and-trend/drivers-ed/tire-alignment>]

[<http://www.dionysopoulos.gr/articles/h-gwnia-toe/>]



Εικόνα 4: Η γωνία Toe (κάτοψη)

Στη παρούσα εργασία πραγματοποιείται η διερεύνηση μίας νέας μεθοδολογίας υπολογισμού των γωνιών Camber και Toe με γεωδαιτικές μεθόδους χρησιμοποιώντας γεωδαιτικό σταθμό υψηλής ακρίβειας.

Σκοπός είναι να διαπιστωθεί αν η αβεβαιότητα προσδιορισμού των γωνιών αυτών με τις γεωδαιτικές μεθόδους μπορεί να καλύψει την απαιτούμενη ακρίβεια της διαδικασίας ευθυγράμμισης του οχήματος αντίστοιχα με την χρήση των μηχανών ευθυγράμμισης.

Το εύρος μέτρησης καθώς και οι αβεβαιότητες που επιτυγχάνουν οι μηχανές ευθυγράμμισης παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 1: Τεχνικά χαρακτηριστικά μίας τυπικής μηχανής ευθυγράμμισης

[<http://favatech.com/products/techno-vector-7/>]

Γωνία	Εύρος Μέτρησης	Αβεβαιότητα
Camber	-8° έως +8°	±3'
Toe	-5° έως +8°	±3'

## 2. Ανάλυση μεθοδολογίας

### Προσδιορισμός γωνίας Toe

Τα βήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας Toe έχουν ως εξής:

- Προσδιορισμός συντεταγμένων των σημείων της περιφέρειας των τροχών του οχήματος.
- Υπολογισμός του καλύτερου επιπέδου που προσαρμόζεται στα σημεία αυτά με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
- Προσδιορισμός της εξίσωσης ευθείας από την εξίσωση του καλύτερου επιπέδου των σημείων της περιφέρειας κάθε τροχού του οχήματος.
- Ορθή προβολή των σημείων της περιφέρειας κάθε τροχού του οχήματος.
- Προσδιορισμός των συντεταγμένων του κέντρου της περιφέρειας του κάθε τροχού του οχήματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
- Μετασχηματισμός των συντεταγμένων του κέντρου της περιφέρειας κάθε τροχού του οχήματος στο αρχικό σύστημα.

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

- Υπολογισμός της διεύθυνσης του εμπρόσθιου και του οπίσθιου άξονα κύλισης των τροχών του οχήματος.
- Υπολογισμός της αβεβαιότητας της διεύθυνσης κάθε άξονα του οχήματος.
- Υπολογισμός της γωνίας (Toe) για κάθε τροχό που σχηματίζει η ευθεία που προσδιορίστηκε από την εξίσωση του καλύτερου επιπέδου με την ευθεία του αντίστοιχου άξονα κύλισής του.

Απαραίτητος είναι ο προσδιορισμός των συντεταγμένων των σημείων της περιφέρειας του κάθε τροχού στο οποίο εφαρμόζεται το λάστιχο (ζάντα). Για το σκοπό αυτό ο γεωδαιτικός σταθμός τοποθετείται σε δύο θέσεις από την αριστερή και δεξιά πλευρά του οχήματος, έτσι ώστε να υπάρχει αμοιβαία ορατότητα μεταξύ τους αλλά και από τις θέσεις αυτές να σκοπεύονται τα σημεία όλα τα απαραίτητα σημεία τα οποία βρίσκονται πάνω στους τροχούς του οχήματος.

Έτσι για κάθε τροχό προσδιορίζονται οι συντεταγμένες των σημείων  $x_i, y_i, z_i$  σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς με τη βοήθεια των θεμελιωδών προβλημάτων και οι αβεβαιότητες τους. [Πανταζής, κ.α., 2007], [Λάμπρου κ.α., 2010].

Στη συνέχεια με τη βοήθεια των συντεταγμένων των σημείων που έχουν υπολογιστεί σε κάθε τροχό υπολογίζονται τα στοιχεία του καλύτερου επιπέδου για κάθε ένα από τους τέσσερις τροχούς όπως παρουσιάζεται στις παρακάτω σχέσεις με τη εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. [Nikolai Chernov., 2010]

$$\text{Τροχός 1: } A_1x + B_1y + z = \Gamma_1, \pm \sigma_{A_1}, \pm \sigma_{B_1}, \pm \sigma_{\Gamma_1} \quad (1)$$

$$\text{Τροχός 2: } A_2x + B_2y + z = \Gamma_2, \pm \sigma_{A_2}, \pm \sigma_{B_2}, \pm \sigma_{\Gamma_2} \quad (2)$$

$$\text{Τροχός 3: } A_3x + B_3y + z = \Gamma_3, \pm \sigma_{A_3}, \pm \sigma_{B_3}, \pm \sigma_{\Gamma_3} \quad (3)$$

$$\text{Τροχός 4: } A_4x + B_4y + z = \Gamma_4, \pm \sigma_{A_4}, \pm \sigma_{B_4}, \pm \sigma_{\Gamma_4} \quad (4)$$

όπου:

$A_1...A_4$  &  $B_1...B_4$  &  $\Gamma_1... \Gamma_4$ : οι συντελεστές των καλύτερων επιπέδων για τους τέσσερις τροχούς

$\sigma_{A_1}... \sigma_{A_4}$  &  $\sigma_{B_1}... \sigma_{B_4}$  &  $\sigma_{\Gamma_1}... \sigma_{\Gamma_4}$  οι αβεβαιότητες των συντελεστών των καλύτερων επιπέδων για τους τέσσερις τροχούς

Για  $z = 0$  προκύπτουν και οι αντίστοιχες ευθείες για κάθε τροχό.

$$\text{Τροχός 1: } y = -\frac{A_1}{B_1} \cdot x + \frac{\Gamma_1}{B_1} \Rightarrow y = \alpha_1 \cdot x + \beta_1, \text{Az}_1 = \arctan(\alpha_1), \pm \sigma_{\text{Az}_1} \quad (5)$$

$$\text{Τροχός 2: } y = -\frac{A_2}{B_2} \cdot x + \frac{\Gamma_2}{B_2} \Rightarrow y = \alpha_2 \cdot x + \beta_2, \text{Az}_2 = \arctan(\alpha_2), \pm \sigma_{\text{Az}_2} \quad (6)$$

$$\text{Τροχός 3: } y = -\frac{A_3}{B_3} \cdot x + \frac{\Gamma_3}{B_3} \Rightarrow y = \alpha_3 \cdot x + \beta_3, \text{Az}_3 = \arctan(\alpha_3), \pm \sigma_{\text{Az}_3} \quad (7)$$

$$\text{Τροχός 4: } y = -\frac{A_4}{B_4} \cdot x + \frac{\Gamma_4}{B_4} \Rightarrow y = \alpha_4 \cdot x + \beta_4, \text{Az}_4 = \arctan(\alpha_4), \pm \sigma_{\text{Az}_4} \quad (8)$$

όπου:

$\alpha_1... \alpha_4$  &  $\beta_1... \beta_4$ : οι συντελεστές των ευθειών για τους τέσσερις τροχούς

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

$\sigma_{\alpha_1} \dots \sigma_{\alpha_4}$  &  $\sigma_{\beta_1} \dots \sigma_{\beta_4}$  : οι αβεβαιότητες των συντελεστών των καλύτερων ευθειών που προκύπτουν με εφαρμογή του νόμου μετάδοσης των σφαλμάτων στις σχέσεις που ορίζουν τους συντελεστές  $\alpha, \beta$ .

$Az_1 \dots Az_4$  : Το αζιμούθιο της ευθείας για κάθε ένα τροχό

$\sigma_{Az_1} \dots \sigma_{Az_4}$  : Η αβεβαιότητα του αζιμουθίου της ευθείας για κάθε ένα τροχό

Επόμενο στάδιο της μεθοδολογίας είναι να υπολογισθούν οι συντεταγμένες σε ένα νέο σύστημα αναφοράς του οποίου ο ένας άξονας θα είναι παράλληλος με το επίπεδο της τομής – όψης και ο δεύτερος κάθετος σε αυτόν. Ως αρχή του νέου αυτού συστήματος αναφοράς ορίζεται κάποιο σημείο που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο της κατακόρυφης τομής. Αυτό γίνεται μέσω μιας στροφής των συντεταγμένων των σημείων από το ένα σύστημα στο άλλο και μιας μετάθεσής τους στην αρχή του νέου συστήματος. Ο μετασχηματισμός αυτός είναι απαραίτητος γιατί μόνο έτσι θα προκύψουν σχεδιαστικά παράγωγα χωρίς παραμορφώσεις.

Αν  $x_i, y_i, z_i$  είναι οι συντεταγμένες ενός σημείου  $i$  της κατακόρυφης τομής όψης στο αρχικό σύστημα  $x-y$  με αρχή το σημείο  $O$ , τότε οι συντεταγμένες  $x'_i, y'_i$  στο νέο σύστημα  $x_T - y_T$  θα προκύψουν από τις σχέσεις:

$$x'_i = x_A + \cos\varphi \cdot (x_i - x_A) - \sin\varphi \cdot (y_i - y_A) \quad (9)$$

$$y'_i = y_A + \sin\varphi \cdot (x_i - x_A) + \cos\varphi \cdot (y_i - y_A) \quad (10)$$

όπου  $x_A, y_A$  οι συντεταγμένες της αρχής του συστήματος  $x_T - y_T$  στο σύστημα  $XOY$ .

Για  $x_A = y_A = 0$ , οι αντίστοιχες αβεβαιότητες των μετασχηματισμένων συντεταγμένων δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις.

$$\sigma_{x'_i} = \pm \sqrt{(-x_i \cdot \sin\varphi - y_i \cdot \cos\varphi)^2 \cdot \sigma_\varphi^2 + (\cos\varphi)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 + (\sin\varphi)^2 \cdot \sigma_{y_i}^2} \quad (11)$$

$$\sigma_{y'_i} = \pm \sqrt{(x_i \cdot \cos\varphi - y_i \cdot \sin\varphi)^2 \cdot \sigma_\varphi^2 + (\sin\varphi)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 + (\cos\varphi)^2 \cdot \sigma_{y_i}^2} \quad (12)$$

Η γωνία  $\varphi$  γνωστή και ως γωνία στροφής για στροφή ως προς τον άξονα  $y$  είναι ίση με τη γωνία διεύθυνσης  $\alpha_{\text{τομής}}$ , δηλαδή είναι η γωνία διεύθυνσης του ίχνους του κατακόρυφου επιπέδου της τομής – όψης.

Στην περίπτωση που εξετάζεται, για κάθε τροχό αντιστοιχεί και μία γωνία  $\varphi$  με την βοήθεια της οποίας γίνεται ο μετασχηματισμός των σημείων. Η γωνία  $\varphi$  για κάθε τροχό αντιστοιχεί με το αζιμούθιο της ευθείας για κάθε ένα τροχό όπως υπολογίζεται στις σχέσεις 5, 6, 7 και 8.

Τελικά, μετά από αυτή την επεξεργασία οι συντεταγμένες κάθε σημείου  $i$  της περιφέρειας κάθε τροχού του οχήματος, μετασχηματίζονται στο νέο σύστημα όπως παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα σε:

Πίνακας 2. Μετασχηματισμός συντεταγμένων για στροφή ως προς τον άξονα  $y$

Αρχικό σύστημα		Τελικό σύστημα
$x_i$	$\rightarrow$	$x_T = y'_i$
$y_i$	$\rightarrow$	$y_T = z_i$
$z_i$	$\rightarrow$	$z_T = x'_i$

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

Το σχήμα της περιφέρειας του κάθε τροχού μετά το μετασχηματισμό των συντεταγμένων είναι ένας κύκλος. Με την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων στην γενική εξίσωση του κύκλου (σχέση 9) για κάθε τροχό προσδιορίζονται οι συντεταγμένες του κέντρου κάθε κύκλου (τροχού), ως προς το νέο σύστημα [Nikolai Chernov., 2010].

$$x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0 \quad (13)$$

Έτσι στο νέο σύστημα για κάθε τροχό έχουμε τα παρακάτω παράγωγα, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 3.

Πίνακας 3. Τα παράγωγα από την εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων για την εύρεση του κέντρου του κύκλου

Κέντρο τροχού		A	B	Γ	Αβεβαιότητα κέντρου	
$x_{C1}$	$y_{C1}$	$A_{C1} \pm \sigma_{A_{C1}}$	$B_{C1} \pm \sigma_{B_{C1}}$	$\Gamma_{C1} \pm \sigma_{\Gamma_{C1}}$	$\sigma_{x_{C1}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{A_{C1}}$	$\sigma_{y_{C1}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{B_{C1}}$
$x_{C2}$	$y_{C2}$	$A_{C2} \pm \sigma_{A_{C2}}$	$B_{C2} \pm \sigma_{B_{C2}}$	$\Gamma_{C2} \pm \sigma_{\Gamma_{C2}}$	$\sigma_{x_{C2}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{A_{C2}}$	$\sigma_{y_{C2}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{B_{C2}}$
$x_{C3}$	$y_{C3}$	$A_{C3} \pm \sigma_{A_{C3}}$	$B_{C3} \pm \sigma_{B_{C3}}$	$\Gamma_{C3} \pm \sigma_{\Gamma_{C3}}$	$\sigma_{x_{C3}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{A_{C3}}$	$\sigma_{y_{C3}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{B_{C3}}$
$x_{C4}$	$y_{C4}$	$A_{C4} \pm \sigma_{A_{C4}}$	$B_{C4} \pm \sigma_{B_{C4}}$	$\Gamma_{C4} \pm \sigma_{\Gamma_{C4}}$	$\sigma_{x_{C4}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{A_{C4}}$	$\sigma_{y_{C4}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sigma_{B_{C4}}$

Στη συνέχεια το υπολογισμένο κέντρο του κάθε τροχού στο σύστημα της ορθής προβολής πρέπει να μετασχηματιστεί ξανά στο αρχικό σύστημα. Το κέντρο του κάθε τροχού του οχήματος πρέπει να επαληθεύει την αντίστοιχη εξίσωση της καλύτερης ευθείας των σχέσεων 5 έως 8 και ταυτόχρονα και την εξίσωση 10.

Έτσι για κάθε ένα από τα σημεία των κέντρων των τεσσάρων κύκλων που δημιουργούν οι τροχοί σχηματίζεται ένα σύστημα με δύο εξισώσεις και δύο αγνώστους, που είναι οι συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου στο αρχικό σύστημα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι σχέσεις που αφορούν τον τροχό 1. Ανάλογα προκύπτουν και οι αντίστοιχες σχέσεις για τους υπόλοιπους τροχούς του οχήματος.

Οι συντεταγμένες του κέντρου του τροχού πρέπει να επαληθεύουν τις σχέσεις 14 και 15, οι οποίες προκύπτουν από τις σχέσεις 5 και 10 αντίστοιχα.

$$y_{o1} = \alpha_1 \cdot x_{o1} + \beta_1 \quad (14)$$

$$x_{C1} = \sin\varphi \cdot x_{o1} + \cos\varphi \cdot y_{o1} \quad (x_A = y_A = 0) \quad (15)$$

Επομένως από το παραπάνω σύστημα εξισώσεων υπολογίζονται οι συντεταγμένες του κέντρου του τροχού του οχήματος στο αρχικό σύστημα από την βοήθεια των παρακάτω σχέσεων.

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & -1 \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{vmatrix}, \text{Det}(x_{o1}) = \begin{vmatrix} -\beta_1 & -1 \\ x_{C1} & \cos\varphi \end{vmatrix}, \text{Det}(y_{o1}) = \begin{vmatrix} \alpha_1 & -\beta_1 \\ \sin\varphi & x_{C1} \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$x_{o1} = \frac{\text{Det}(x_{o1})}{\text{Det}}, y_{o1} = \frac{\text{Det}(y_{o1})}{\text{Det}} \quad (17)$$

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

Μετά τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κέντρων των τροχών του οχήματος στο αρχικό σύστημα προσδιορίζονται οι εξισώσεις των ευθειών των αξόνων κύλισης του οχήματος (σχέσεις 18,19). Δηλαδή οι άξονες που σχηματίζουν οι εμπρόσθιοι και οι οπίσθιοι τροχοί του οχήματος. Οι τροχοί T1 και T3 ορίζουν τον οπίσθιο άξονα, ενώ οι τροχοί T2 και T4 ορίζουν τον εμπρόσθιο άξονα (εικόνα 5).

Εξίσωση ευθείας οπίσθιου άξονα:

$$\frac{y_{axis1} - y_{o1}}{y_{o3} - y_{o1}} = \frac{x_{axis1} - x_{o1}}{x_{o3} - x_{o1}} \Rightarrow y_{axis1} = a_{axis1} \cdot x_{axis1} + \beta_{axis1} \quad (18)$$

Εξίσωση ευθείας εμπρόσθιου άξονα:

$$\frac{y_{axis2} - y_{o2}}{y_{o4} - y_{o2}} = \frac{x_{axis2} - x_{o2}}{x_{o4} - x_{o2}} \Rightarrow y_{axis2} = a_{axis2} \cdot x_{axis2} + \beta_{axis2} \quad (19)$$

Οι αβεβαιότητες της διεύθυνσης των παραπάνω ευθειών παρουσιάζονται στις ακόλουθες σχέσεις:

$$\sigma_{axis1} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{x_{o3} - x_{o1}}\right)^2 \cdot \sigma_{y_{o3}}^2 + \left(\frac{1}{x_{o1} - x_{o3}}\right)^2 \cdot \sigma_{y_{o1}}^2 + \dots} \\ \left[ \dots + \left(\frac{y_{o1} - y_{o3}}{(x_{o3} - x_{o1})^2}\right)^2 \cdot \sigma_{x_{o3}}^2 + \left(\frac{y_{o3} - y_{o1}}{(x_{o3} - x_{o1})^2}\right)^2 \cdot \sigma_{x_{o1}}^2 \right] \quad (20)$$

$$\sigma_{axis2} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{x_{o4} - x_{o2}}\right)^2 \cdot \sigma_{y_{o4}}^2 + \left(\frac{1}{x_{o2} - x_{o4}}\right)^2 \cdot \sigma_{y_{o2}}^2 + \dots} \\ \left[ \dots + \left(\frac{y_{o2} - y_{o4}}{(x_{o4} - x_{o2})^2}\right)^2 \cdot \sigma_{x_{o4}}^2 + \left(\frac{y_{o4} - y_{o2}}{(x_{o4} - x_{o2})^2}\right)^2 \cdot \sigma_{x_{o2}}^2 \right] \quad (21)$$

Για να υπολογιστούν οι γωνίες Toe για κάθε τροχό είναι απαραίτητες οι εξισώσεις των ευθειών όπως προσδιορίστηκαν από τις σχέσεις 5 έως 8 και οι εξισώσεις των ευθειών των αξόνων κύλισης των τροχών του οχήματος όπως προσδιορίστηκαν από τις σχέσεις 18 και 19. Για κάθε τροχό για τον υπολογισμό της γωνίας Toe ακολουθούν οι σχέσεις:

$$\tan(\text{Toe}_1) = \frac{a_{axis1} - \alpha_1}{1 + a_{axis1} \cdot \alpha_1} \Rightarrow \text{Toe}_1 = \arctan\left(\frac{a_{axis1} - \alpha_1}{1 + a_{axis1} \cdot \alpha_1}\right) \quad (22)$$

$$\tan(\text{Toe}_2) = \frac{a_{axis2} - \alpha_2}{1 + a_{axis2} \cdot \alpha_2} \Rightarrow \text{Toe}_2 = \arctan\left(\frac{a_{axis2} - \alpha_2}{1 + a_{axis2} \cdot \alpha_2}\right) \quad (23)$$

$$\tan(\text{Toe}_3) = \frac{a_{axis1} - \alpha_3}{1 + a_{axis1} \cdot \alpha_3} \Rightarrow \text{Toe}_3 = \arctan\left(\frac{a_{axis1} - \alpha_3}{1 + a_{axis1} \cdot \alpha_3}\right) \quad (24)$$

$$\tan(\text{Toe}_4) = \frac{a_{axis2} - \alpha_4}{1 + a_{axis2} \cdot \alpha_4} \Rightarrow \text{Toe}_4 = \arctan\left(\frac{a_{axis2} - \alpha_4}{1 + a_{axis2} \cdot \alpha_4}\right) \quad (25)$$

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

Οι αβεβαιότητες των γωνιών Toe για τους τέσσερις τροχούς του οχήματος δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma_{Toe1} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{a_{axis1}^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{axis1}^2 + \left(-\frac{1}{\alpha_1^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{\alpha_1}^2} \quad (26)$$

$$\sigma_{Toe2} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{a_{axis2}^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{axis2}^2 + \left(-\frac{1}{\alpha_2^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{\alpha_2}^2} \quad (27)$$

$$\sigma_{Toe3} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{a_{axis1}^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{axis1}^2 + \left(-\frac{1}{\alpha_3^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{\alpha_3}^2} \quad (28)$$

$$\sigma_{Toe4} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{a_{axis2}^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{axis2}^2 + \left(-\frac{1}{\alpha_4^2 + 1}\right)^2 \cdot \sigma_{\alpha_4}^2} \quad (29)$$

### Προσδιορισμός γωνίας Camber

Τα βήματα για τον προσδιορισμό της γωνίας Camber έχουν ως εξής:

- Προσδιορισμός συντεταγμένων των σημείων της περιφέρειας των τροχών του οχήματος.
- Μετασχηματισμός των συντεταγμένων των σημείων της περιφέρειας των τροχών του οχήματος σε ένα νέο σύστημα.
- Υπολογισμός των καλύτερων ευθειών των σημείων της περιφέρειας για τους τέσσερις τροχούς του οχήματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων
- Η διεύθυνση της καλύτερης ευθείας αποτελεί τη γωνία camber για κάθε ένα τροχό του οχήματος.

Για τον προσδιορισμό των γωνιών Camber κάθε τροχού του οχήματος οι αρχικές συντεταγμένες κάθε τροχού ξεχωριστά αφού μετασχηματιστούν με τις σχέσεις 9 και 10 τότε δημιουργείται ένα νέο σύστημα συντεταγμένων με τα στοιχεία που παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα. Αρχικό σύστημα

Πίνακας 4. Μετασχηματισμός συντεταγμένων για στροφή ως προς τον άξονα x

Αρχικό σύστημα		Τελικό σύστημα
$x_i$	$\rightarrow$	$x_T = x'_i$
$y_i$	$\rightarrow$	$y_T = z_i$
$z_i$	$\rightarrow$	$z_T = y'_i$

Με τις συντεταγμένες όπως αυτές αναφέρονται στο τελικό σύστημα συντεταγμένων πραγματοποιείται για τα σημεία του κάθε τροχού ξεχωριστά ο προσδιορισμός της καλύτερης ευθείας. Έτσι στο καινούριο σύστημα συντεταγμένων προσδιορίζονται τα ακόλουθα:

$$\text{Τροχός1: } y = \alpha_{new1} \cdot x + \beta_{new1}, \pm \sigma_{new_{\alpha_1}}, \pm \sigma_{new_{\beta_1}}, Az_{new1}, \pm \sigma_{new_{Az1}} \quad (30)$$

$$\text{Τροχός2: } y = \alpha_{new2} \cdot x + \beta_{new2}, \pm \sigma_{new_{\alpha_2}}, \pm \sigma_{new_{\beta_2}}, Az_{new2}, \pm \sigma_{new_{Az2}} \quad (31)$$

$$\text{Τροχός3: } y = \alpha_{new3} \cdot x + \beta_{new3}, \pm \sigma_{new_{\alpha_3}}, \pm \sigma_{new_{\beta_3}}, Az_{new3}, \pm \sigma_{new_{Az3}} \quad (32)$$

$$\text{Τροχός4: } y = \alpha_{new4} \cdot x + \beta_{new4}, \pm \sigma_{new_{\alpha_4}}, \pm \sigma_{new_{\beta_4}}, Az_{new4}, \pm \sigma_{new_{Az4}} \quad (33)$$

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.



Ανάλογα με το αν ο τροχός έχει θετική ή αρνητική γωνία Camber (εικόνα 3), οι τιμές των αζιμούθιων για κάθε τροχό όπως προκύπτουν από τις σχέσεις 30, 31, 32 και 33 θα λαμβάνουν τιμές κοντά στις 0° ή κοντά στις 180° αντίστοιχα. Η διαφορά τους από τις 0° ή από τις 180° ανάλογα την περίπτωση αποτελούν τη γωνία Camber κάθε τροχού.

### 3. Εφαρμογή

Η εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του γεωδαιτικού σταθμού Leica TM30. Τα τεχνικά του χαρακτηριστικά ( $\pm 0.5''$ , IR  $\pm 0.2\text{mm}$ , RL  $\pm 2\text{mm}$ ) τον καθιστούν έναν από τους καταλληλότερους γεωδαιτικούς σταθμούς για βιομηχανικές εφαρμογές.

[[www.sccsurvey.co.uk/downloads/tm30/TM30\\_Technical\\_Data\\_en.pdf](http://www.sccsurvey.co.uk/downloads/tm30/TM30_Technical_Data_en.pdf)]

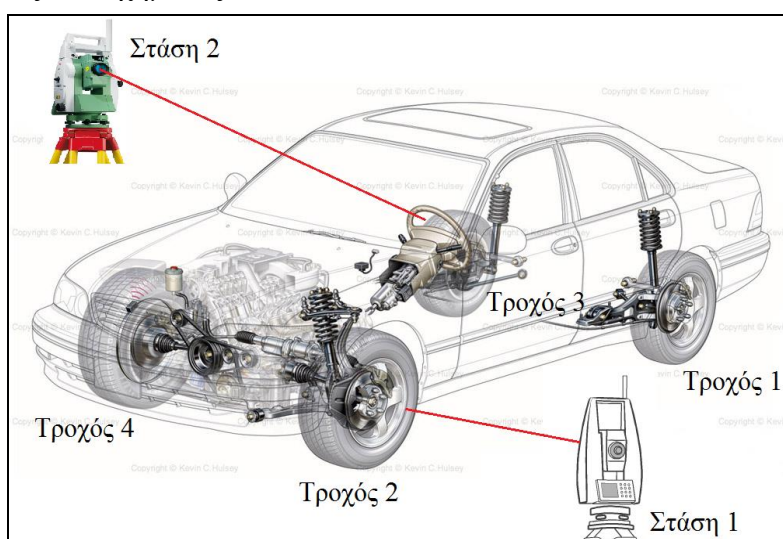
Για την σκόπευση των σημείων (περίπου 25 σημεία σε κάθε τροχό) και τη μέτρηση των μηκών χρησιμοποιήθηκε ο σφαιρικός ανακλαστήρας Leica Corner Cube Reflector (CCR) 1.5" (IR). Η μέτρηση των μηκών για τα σημεία που βρίσκονται πάνω στους τροχούς του οχήματος πραγματοποιήθηκε και χωρίς την χρήση του ανακλαστήρα (RL) προκειμένου να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων. [Μαρκολέφα Α., 2010], [Μαυράκης Σ., 2009]

Το αυτοκίνητο που χρησιμοποιήθηκε ήταν το μοντέλο A4 της εταιρίας AUDI με τροχούς 17 ιντσών. Για το συγκεκριμένο μοντέλο αυτοκινήτου και για τις συγκεκριμένες διαστάσεις των τροχών η κατασκευάστρια εταιρία παρέχει τις παρακάτω ονομαστικές τιμές για τις υπό μελέτη γωνίες.

Πίνακας 5. Ονομαστικές τιμές γωνιών για το συγκεκριμένο μοντέλο αυτοκινήτου

Toe	7'				
Camber	εμπρόσθιοι τροχοί		Camber	οπίσθιοι τροχοί	
	ελάχιστη	μέγιστη		Ελάχιστη	μέγιστη
	42'	1° 30'		54'	1° 48'

Στην εικόνα 5 παρουσιάζεται η διαδικασία των μετρήσεων με την χρήση του γεωδαιτικού σταθμού ώστε να προκύψουν οι συντεταγμένες της περιφέρειας κάθε ενός από τους τέσσερις τροχούς του οχήματος.



Εικόνα 5: Η διαδικασία των μετρήσεων

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
 Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

Έτσι, προέκυψαν οι τιμές για τις γωνίες Toe και Camber καθώς και οι αβεβαιότητες τους. Οι αβεβαιότητες των γωνιών Toe και Camber που επιτεύχθηκαν με τη γεωδαιτική μέθοδο ανέρχονται στα 3'. Η τάξη μεγέθους των αβεβαιοτήτων αυτών είναι εφάμιλλες με αυτές που επιτυγχάνουν τα συστήματα ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχημάτων (μηχανές ευθυγράμμισης).

Πίνακας 6. Αποτελέσματα για τις γωνίες Toe και Camber των τεσσάρων τροχών

		IR/RL	Toe $\pm \sigma_{\text{Toe}}$		Camber $\pm \sigma_{\text{Camber}}$	
			TM30	Μηχανή Ευθυγράμμισης	TM30	Μηχανή Ευθυγράμμισης
Τροχοί Όπισθεν	1	IR	8' $\pm$ 3'	9' $\pm$ 3'	1° 15' $\pm$ 3'	1° 11' $\pm$ 3'
		RL	6' $\pm$ 3'		1° 48' $\pm$ 3'	
	3	IR	5' $\pm$ 3'	9' $\pm$ 3'	1° 16' $\pm$ 3'	1° 11' $\pm$ 3'
		RL	5' $\pm$ 3'		1° 48' $\pm$ 3'	
Τροχοί Έμπροσθεν	2	IR	6' $\pm$ 3'	12' $\pm$ 3'	1° 35' $\pm$ 3'	1° 41' $\pm$ 3'
		RL	5' $\pm$ 3'		1° 47' $\pm$ 3'	
	4	IR	6' $\pm$ 3'	10' $\pm$ 3'	1° 34' $\pm$ 3'	1° 32' $\pm$ 3'
		RL	5' $\pm$ 3'		1° 37' $\pm$ 3'	

Οι τιμές των γωνιών Toe και η πλειοψηφία των γωνιών Camber που προέκυψαν από την γεωδαιτική μέθοδο είναι συμβατές και εντός ορίου των αβεβαιοτήτων με αυτές που προέκυψαν από τη διαδικασία ευθυγράμμισης του οχήματος με τη μηχανή ευθυγράμμισης ενός συνεργείου αυτοκινήτου η οποία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο της εργασίας.

Από τον έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας των διαφορών μεταξύ των τιμών που προέκυψαν από τη γεωδαιτική μεθοδολογία και των τιμών που προέκυψαν από τη μηχανή ευθυγράμμισης μόνο δύο τιμές για την γωνία Camber στους τροχούς 1 και 3 (RL mode) διαπιστώθηκε σημαντικά στατιστική διαφορά μεταξύ των τιμών για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (επισημασμένες με κόκκινο χρώμα τιμές του πίνακα 6).

#### 4. Συμπεράσματα

Η συμπεριφορά του οχήματος έχει άμεση σχέση με τη σωστή ευθυγράμμιση των τροχών του. Η ασφάλεια των επιβαινόντων σε αυτό επιβάλλει τον τακτικό έλεγχο τους από συστήματα ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών (μηχανές ευθυγράμμισης) τα οποία θα πρέπει να έχουν διακριβωθεί.

Ο προσδιορισμός του διεύθυνσης του επιπέδου που ορίζεται από κάθε τροχού είναι πολύ κρίσιμος για την συνολική διαδικασία. Πρέπει να πραγματοποιείται με μικρή αβεβαιότητα αφού χρησιμοποιείται ως γωνία στροφής  $\varphi$  στην διαδικασία μετασχηματισμού των συντεταγμένων

Η αβεβαιότητα της γωνίας στροφής  $\varphi$ , που επιτεύχθηκε με τη γεωδαιτική μεθοδολογία είναι της τάξης των  $\pm 3'$

Εξίσου σημαντικής σημασίας αποτελεί και ο προσδιορισμός της διεύθυνσης των αξόνων κύλισης του οχήματος. Οι αβεβαιότητες των διευθύνσεων αυτών ήταν της ίδιας τάξης μεγέθους με αυτές των επιπέδων που ορίζονται από τους τροχούς.

Οι αβεβαιότητες των γωνιών Camber και Toe που επιτεύχθηκαν με την γεωδαιτική μέθοδο είναι της τάξης των  $\pm 3'$ , που είναι εφάμιλλες με τις αβεβαιότητες που επιτυγχάνουν οι μηχανές ευθυγράμμισης.

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

Η γεωδαιτική μεθοδολογία που ακολουθήθηκε εμπεριέχει αρκετά μεγάλο υπολογιστικό τμήμα. Το γεγονός όμως ότι μπορεί εύκολα να προγραμματιστεί σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού, δίνει τη δυνατότητα για αυτόματη εξαγωγή των αποτελεσμάτων με τις μετρήσεις.

Με τη γεωδαιτική μέθοδο που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία αποδεικνύεται ότι αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ώστε να προσδιοριστούν οι γωνίες Toe και Camber ενός οχήματος.

Όμως, οι τιμές των αβεβαιοτήτων των γωνιών αυτών, δεν επιτρέπουν στη γεωδαιτική μέθοδο να αποτελέσει αναφορά για τη διακρίβωση των μηχανών έλεγχου ευθυγράμμισης των οχημάτων. Αυτό θα μπορούσε να γίνει αν η αβεβαιότητα της γεωδαιτικής μεθοδολογίας ήταν τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους μικρότερη από τη αβεβαιότητα που παρέχουν οι μηχανές ευθυγράμμισης.

Ακόμα μικρότερες αβεβαιότητες στον προσδιορισμό των γωνιών Toe και Camber, μπορούν να επιτευχθούν με τη χρήση σύγχρονων μηχανών παραγωγής συντεταγμένων Laser Tracker, των οποίων η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων προσεγγίζει τα μερικά μm και ταυτόχρονα η μέτρηση περισσότερων σημείων πάνω στην περιφέρεια του τροχού θα είναι πιο εύκολη και πιο γρήγορη. Με τη χρήση του Laser Tracker θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί η διακρίβωση των μηχανών ευθυγράμμισης που χρησιμοποιούνται σήμερα στα συνεργεία ελέγχου των οχημάτων.

## **Βιβλιογραφία**

Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ., Εφαρμοσμένη Γεωδαισία, Εκδόσεις: Ζήτη Αθήνα, 2010

Μαρκολέφα Α., Αξιολόγηση της μέτρησης του μήκους και του ποσοστού της επιστρεφόμενης ακτινοβολίας με Reflectorless γεωδαιτικούς σταθμούς, Διπλωματική εργασία Ε.Μ.Π., 2010

Μαυράκης Σ., Διερεύνηση της αξιοπιστίας μέτρησης μηκών χωρίς την χρήση ανακλαστήρα με τους σύγχρονους γεωδαιτικούς σταθμούς, Μεταπτυχιακή εργασία Ε.Μ.Π., 2009.

Nikolai Chernov., Circular and Linear Regression: Fitting Circles and Lines by Least Squares (Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability), CRC Press; 1 edition (June 22, 2010)

<http://www.bridgestonetire.com/tread-and-trend/drivers-ed/tire-alignment>

**Τελευταία πρόσβαση στις 10/03/2016**

<http://www.car-engineer.com/suspension-design-definitions-and-effects-on-vehicle-behavior/>

**Τελευταία πρόσβαση στις 20/12/2015**

<http://favatech.com/products/techno-vector-7/>

**Τελευταία πρόσβαση στις 20/12/2015**

[http://www.sccssurvey.co.uk/downloads/tm30/TM30\\_Technical\\_Data\\_en.pdf](http://www.sccssurvey.co.uk/downloads/tm30/TM30_Technical_Data_en.pdf),

**Τελευταία πρόσβαση στις 10/03/2016**

Κων/νος Νικολίτσας, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Σχολή Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών  
Διακρίβωση του συστήματος ελέγχου της ευθυγράμμισης των τροχών οχήματος με γεωδαιτικές μεθόδους.

6<sup>ο</sup> Τακτικό Εθνικό Συνέδριο Μετρολογίας  
Πολεμικό Μουσείο Αθηνών  
Αθήνα, 13-14 Μαΐου 2016