ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΜΟΡΦΩΣΗΣ ΚΑΙ ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΣΕ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Ε. Μαθιουλάκης και Β. Μπελεσιώτης
Εργαστήριο Ηλιακών & άλλων Ενεργειακών Συστημάτων - ΕΚΕΦΕ «ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ»
15310 Αγ. Παρασκευή Αττικής, e-mail: math@ipta.demokritos.gr

Περίληψη

Ο υπολογισμός ενός διαστήματος εμπιστοσύνης μέσα στο οποίο περιέχεται ένα αποτέλεσμα μέτρησης με μια δεδομένη πιθανότητα κάλυψης δεν επαρκεί, όταν για παράδειγμα πρόκειται το αποτέλεσμα αυτό να χρησιμοποιηθεί για να εκτιμηθεί η συμμόρφωση με κάποια όρια προδιαγραφής ή με τις απαιτήσεις ενός σχήματος πιστοποίησης. Αιτία είναι το γεγονός ότι το αποτέλεσμα της μέτρησης χαρακτηρίζεται από λιγότερο ή περισσότερο σημαντικές αβεβαιότητες οι οποίες καθιστούν επισφαλή την εξαγωγή σίγουρων συμπερασμάτων και τη λήψη αμετάκλητα ορθών αποφάσεων. Η παρούσα εργασία επιχειρεί να περιγράψει ένα μεθοδολογικό πλαίσιο για μια τεκμηριωμένη απάντηση στο πρόβλημα της εκτίμησης της πιθανότητας συμμόρφωσης σε συνθήκες αβεβαιότητας. Σκοπός είναι ο χρήστης του αποτελέσματος να είναι ενήμερος για τον κίνδυνο λήψης μιας λαθεμένης απόφασης και να διαθέτει τα εργαλεία για την ποσοτική εκτίμηση της πιθανότητας να συμβεί αυτό, καθώς και για τις δυνατότητες που έχει να επιλέξει όρια αποδοχής κατάλληλα για την περίπτωση που αντιμετωπίζει. Το πρόβλημα εξετάζεται από τη σκοπιά των πρόσφατα δημοσιευμένων οδηγιών και συστάσεων των διεθνών οργανισμών προτυποποίησης. Παρουσιάζεται η στατιστική θεμελίωση της προτεινόμενης προσέγγισης και δίδονται παραδείγματα εφαρμογής στην πράξη, με έμφαση στην εφαρμογή των σχημάτων πιστοποίησης. Συζητείται επίσης η δυνατότητα βέλτιστης επιλογής του απαιτούμενου επιπέδου μετρολογικής επάρκειας του εξοπλισμού μέτρησης, σε συνάρτηση με το επιθυμητό επίπεδο διασφάλισης της ορθότητας των αποφάσεων απόρριψης ή αποδοχής.

***Λέξεις Κλειδιά**: Αβεβαιότητα, συμμόρφωση με όρια και προδιαγραφές, λήψη αποφάσεων*

Abstract

The calculation of a confidence range, within the limits of which the result of a measurement, for a given covering probability, can be contained, is not considered adequate for all cases. Typical is the one of using the result for the estimation of the conformity with specific specification limits or the requirements of a certification scheme. The reason is related to the fact that the result of the measurement is more or less characterized by significant uncertainties, not allowing the extraction of confident conclusions or the making of irrevocable decisions. The present work aims at describing a methodological framework for a documented solution to the problem of estimating the conformity probability under conditions of uncertainty. After all, the user should be soundly informed about the risk of making a wrong decision, while also having the tools for estimating the probability to do so, as well as the capacity to select proper acceptance limits for the case studied. The problem is examined through the point of view of the recently published guidelines and recommendations of the international standardization organizations. The statistical foundation of the proposed approach, as well as application examples are presented, with emphasis on the

implementation of certification schemes. The discussion includes the potential of optimum selection of the required metrological adequacy level of the measuring equipment, with regard to the desired level of correctness of the acceptance or rejection decisions.

Key Words: *Uncertainty, conformity with limits and specifications, decision making*

1. Εισαγωγή

Η μέτρηση, ως μέσο ποσοτικοποίησης της αντίληψης που έχουμε για τον κόσμο που μας περιβάλλει, αποτέλεσε και αποτελεί βασικό προαπαιτούμενο των κάθε είδους ανταλλαγών, όντας βασική συνιστώσα των υποδομών παροχής υπηρεσιών και διακίνησης προϊόντων. Από την πλευρά της, η μετρολογία εστιάζει στην επιστημονικά έγκυρη ποσοτική εκτίμηση που μπορούμε να σχηματίσουμε για το μετρούμενο μέγεθος, αξιοποιώντας όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες, είτε αυτές προέρχονται από προϋπάρχουσα γνώση, είτε προκύπτουν από τις ενδείξεις διατάξεων μέτρησης.

Στην πραγματική οικονομική και κοινωνική δραστηριότητα όμως, το αποτέλεσμα της μέτρησης θα χρησιμοποιηθεί σχεδόν πάντα για να δοθούν απαντήσεις και να εξαχθούν συμπεράσματα σε - συχνά κρίσιμα - διλλήματα. Η διάμετρος ενός άξονα, η ενεργειακή απόδοση μιας συσκευής, το αποτέλεσμα μιας βιοχημικής ανάλυσης, η περιεκτικότητα μιας βρεφικής τροφής σε βλαπτικές ουσίες, ο χρόνος ενός αθλητή κούρσας, η περιεκτικότητα ενός καυσίμου, είναι μερικές μόνο από τις περιπτώσεις όπου, από το αποτέλεσμα της μέτρησης εξαρτώνται αποφάσεις με δυνητικά σημαντικές συνέπειες. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, το αποτέλεσμα της μέτρησης θα συγκριθεί με ένα όριο, είτε αυτό συνιστά προδιαγραφή, απαίτηση κανονισμού, νομοθετική υποχρέωση, απαίτηση διεθνούς συμφωνίας, όριο κατηγοριοποίησης κανονισμού πιστοποίησης ή απλά επιθυμία φυσικού προσώπου.

Είναι όμως κοινά αποδεκτό ότι η πληροφορία που περιέχεται στο αποτέλεσμα μιας μέτρησης, για να είναι πλήρης, οφείλει να συμπεριλαμβάνει μια ποσοτική παραδοχή σχετικά με τη αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει την τιμή που μετρήθηκε. Στο σημείο που συναντώνται η μετρολογία ως επιστημονική δραστηριότητα με την κοινωνική και οικονομική πραγματικότητα, προκύπτουν επομένως μια σειρά ερωτήματα, η απάντηση στα οποία μπορεί να αποδειχθεί ότι έχει εξαιρετική πρακτική σημασία: Πώς συγκρίνεται ένα αβέβαιο αποτέλεσμα με μια καθορισμένη τιμή; Πώς εκτιμάται το - υπαρκτό - ρίσκο να προκύψει εσφαλμένη κρίση συμμόρφωσης λόγω της ατελούς γνώσης του μετρούμενου μεγέθους; Ποιο μπορεί να εκτιμηθεί το απαιτούμενο επίπεδο μετρολογικής ποιότητας ώστε να διασφαλιστεί ένα συγκεκριμένο επίπεδο ρίσκου εσφαλμένης κρίσης (Μαθιουλάκης, 2015).

Είναι επομένως προφανές ότι το πρόβλημα της εξέτασης της συμμόρφωσης με κάποια όρια ή προδιαγραφές σε συνθήκες αβεβαιότητας είναι κρίσιμης σημασίας στις σύγχρονες εμπορευματοποιημένες και παγκοσμιοποιημένες κοινωνίες. Η λήψη αποφάσεων, με πιθανά σημαντικές οικονομικές, εμπορικές ή κοινωνικές επιπτώσεις, βασίζεται συχνά σε ποσοτικά αποτελέσματα μετρήσεων τα οποία όμως χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητες.

Ως παραδείγματα ορίων συμμόρφωσης μπορούν να αναφερθούν η τάση μιας διόδου Zener η οποία δεν πρέπει να υπερβαίνει μια ορισμένη τιμή, το βάρος ενός σταθμού ζύγισης OINL Class E1 του 1 kg το οποίο οφείλει να είναι μεταξύ 0.9999995 kg και 1.0000005 kg ή το βάρος μιας χρυσής λίρας Αγγλίας που πρέπει να περιέχεται στο διάστημα από

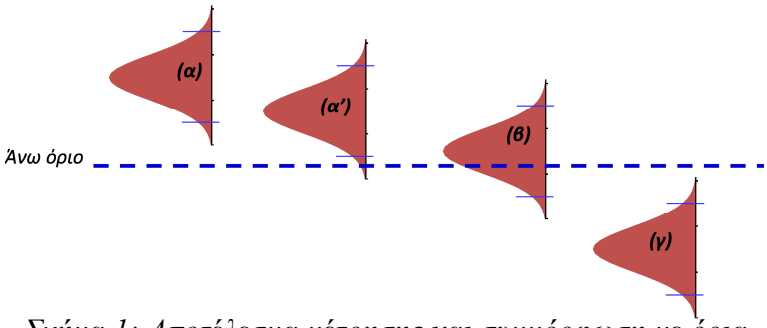
7.97509 gr έως 8.00101 gr.

Η παρούσα εργασία επιχειρεί μια συζήτηση του λογικού υποβάθρου και των μεθοδολογικών εργαλείων που επιτρέπουν την επεξεργασία απαντήσεων στα παραπάνω ερωτήματα που να βασίζονται στο πλαίσιο εννοιών και αντιλήψεων που είναι σήμερα κοινά αποδεκτές σχετικά με την αβεβαιότητα και την ποιότητα της μέτρησης γενικότερα. Από μία άποψη, το πρόβλημα που εξετάζεται εδώ αφορά τη συνάντηση μεταξύ της επιστήμης της μετρολογίας και της χρηστικής αξιοποίησης της μέτρησης.

2. Διάστημα εμπιστοσύνης και όρια συμμόρφωσης

Μία πρώτη - και αρκετά συχνή – προσέγγιση συνίσταται στον καθορισμός ενός διαστήματος εμπιστοσύνης, μέσα στο οποίο περιέχεται ένα αποτέλεσμα με μια δεδομένη πιθανότητα κάλυψης. Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα της συμμόρφωσης με όρια αντιμετωπίζεται συνήθως με τη θεώρηση τριών διαφορετικών ενδεχόμενων (ILAC, 1996):

- Τα όρια δεν ικανοποιούνται για καμιά τιμή στο διάστημα εμπιστοσύνης και, κατά συνέπεια, το αποτέλεσμα κρίνεται μη αποδεκτό (περιπτώσεις α και α’, σχήμα 1).
- Τα όρια ικανοποιούνται για κάθε τιμή στο διάστημα εμπιστοσύνης και, κατά συνέπεια, το αποτέλεσμα κρίνεται αποδεκτό (περίπτωση γ, σχήμα 1).
- Τα όρια ικανοποιούνται για ορισμένες μόνο τιμές στο διάστημα εμπιστοσύνης και, κατά συνέπεια, δεν είναι δυνατόν να υπάρξει καθαρή κρίση για το αποτέλεσμα (περίπτωση β, σχήμα 1).



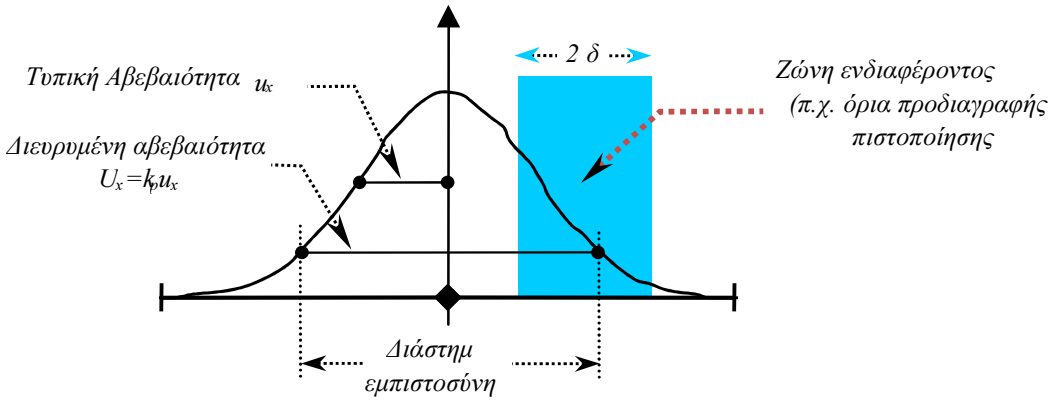
Σχήμα 1: Αποτέλεσμα μέτρησης και συμμόρφωση με όρια

Η προσέγγιση αυτή συνιστά μία λύση, δεν απαντάει όμως σε όλα τα προβλήματα του χρήστη του αποτελέσματος, όταν αυτός καλείται να αποφανθεί με τρόπο άμεσο εάν το αποτέλεσμα αυτό ικανοποιεί κάποια όρια προδιαγραφής ή σχήματος πιστοποίησης. Είναι πράγματι φανερό, ότι η επιλογή μεταξύ των παραπάνω περιπτώσεων προϋποθέτει μια σαφή απάντηση στο ερώτημα της επιλογής του κατάλληλου συντελεστή κάλυψης που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό του διαστήματος εμπιστοσύνης, καθώς και των κριτηρίων στα οποία βασίζεται η επιλογή αυτή. Γενικότερα, το πρόβλημα της συμμόρφωσης με όρια είναι ορθότερο να τεθεί λαμβανομένου υπόψη ότι το αποτέλεσμα δεν συνίσταται σε ένα διάστημα αλλά σε μια συνάρτηση κατανομής, από την οποία προκύπτει ένα διάστημα μόνο όταν οριστεί το επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης (Σχήμα 2).

Έτσι, έχοντας ως παράδειγμα μια κανονική κατανομή, μια πιθανότητα κάλυψης για το διάστημα ίση με 95% οδηγεί σε ένα διάστημα εμπιστοσύνης περίπου διπλάσιο από αυτό

που θα είχε επιλεγεί εάν το επίπεδοι εμπιστοσύνης ήταν 68% και, κατά συνέπεια σε πολύ ελαστικότερες υποχρεώσεις συμμόρφωσης.

Παραμένει συνεπώς ένα πρόβλημα: πώς μπορεί να οριστεί ένας λογικός βαθμός βεβαιότητας; Μπορεί τελικά, και με ποιον τρόπο, να διασφαλιστεί ο χρήστης του αποτελέσματος από τον κίνδυνο λήψης μιας λαθεμένης απόφασης; Είναι φανερό ότι *δεν μπορεί να υπάρξει μια απάντηση στο πρόβλημα αυτό, οριστική και ενιαία για όλες τις περιπτώσεις*.



Σχήμα 2: Αποτέλεσμα μέτρησης ως κατανομή πιθανοτήτων και συμμόρφωση με όρια

Είναι επίσης σαφές ότι δεν είναι στις αρμοδιότητες του μετρολόγου να αποφανθεί για το ποιος είναι ο καταλληλότερος συντελεστής κάλυψης. Ο χρήστης του αποτελέσματος (ο παραγωγός, ο καταναλωτής, η πολιτεία, ο φορέας πιστοποίησης,…) είναι ο πλέον αρμόδιος να καθορίσει το βαθμό εμπιστοσύνης ή σιγουριάς που επιθυμεί να χαρακτηρίζει την κρίση συμμόρφωσης. Μόνο αυτός μπορεί να σταθμίσει τις συνέπειες μιας αστοχίας, παίρνοντας υπόψη την κρισιμότητα των συνεπειών ή, ακόμα, σταθμίζοντας τις ενδεχόμενες οικονομικές επιπτώσεις. Είναι λογικό, για παράδειγμα, να επιλέγεται υψηλό επίπεδο εμπιστοσύνης και άρα μεγάλος συντελεστής κάλυψης, όταν πρόκειται για ένα πρόβλημα συμμόρφωσης που αφορά περιεκτικότητα τροφίμων σε επικίνδυνες για την υγεία ουσίες. Αντίστοιχα, ένας παραγωγός βιομηχανικού προϊόντος καλείται να καθορίσει το επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης, συνεκτιμώντας το κόστος που συνεπάγεται η υιοθέτηση αυστηρότερων κριτηρίων ποιότητας και το κόστος που προκύπτει από την απόρριψη ελαττωματικών προϊόντων (Μαθιουλάκης, 2015).

Παραμένει βέβαια η ανάγκη εκπόνησης μια στέρεας μεθοδολογικής προσέγγισης που θα επιτρέπει την αντικειμενική ποσοτική αποτίμηση των συνεπειών της μιας ή της άλλης επιλογής. Με σκοπό την ενιαία αντιμετώπιση των παραπάνω προβλημάτων, μια σειρά διεθνείς οργανισμοί μετρολογίας και προτυποποίησης προχώρησαν στην εκπόνηση ενός κώδικα ορθής πρακτικής για το θέμα αυτό, τα κυριότερε σημεία του οποίου αναλύονται στη συνέχεια (JCGM, 2012).

3. Προς μια ενιαία προσέγγιση – Ο Οδηγός JCGM

3.1. Διάστημα Ανοχής, διάστημα αποδοχής και Πιθανότητα Συμμόρφωσης

Η απαίτηση σε σχέση με την οποία αξιολογείται η συμμόρφωση παρουσιάζεται συνήθως με τη μορφή ενός ή δύο ορίων, τα οποία ορίζουν ένα διάστημα αποδεκτών τιμών C=[T_L,

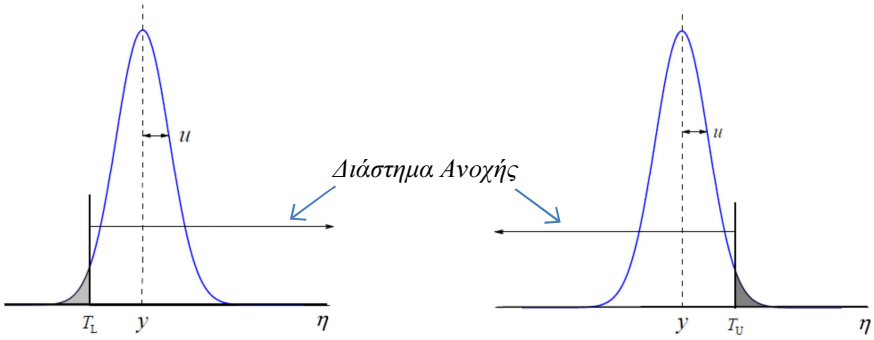
T_U], αποκαλούμενου και *διάστημα ανοχής* (tolerance interval). Το διάστημα αυτό μπορεί να είναι ανοικτό από τι κάτω ή το επάνω άκρο του, οπότε έχουμε ανώτατο ή κατώτατο όριο. Το πρακτικό πρόβλημα στην περίπτωση αυτή συνίσταται στον υπολογισμό της *πιθανότητας συμμόρφωσης*, καθώς και του ρίσκου για το χρήστη ή για τον παραγωγό, με δεδομένη τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που χαρακτηρίζει το αποτέλεσμα της μέτρησης.

Σύμφωνα με τις τρέχουσες μετρολογικές αντιλήψεις, η γνώση για το μετρούμενο μέγεθος μοντελοποιείται από μία συνάρτηση πυκνότητας-πιθανότητας (PDF), η ακριβής μορφή της οποίας εξαρτάται από τη διαθέσιμη πληροφορία. Η μετρούμενη ιδιότητα του μεγέθους, Y, αντιμετωπίζεται ως μία τυχαία μεταβλητή, οι πιθανές τιμές n της οποίας ακολουθούν μια κατανομή $g(n)$. Μια μέτρηση η οποία γίνεται στα πλαίσια εξέτασης της συμμόρφωσης έχει συνήθως σχεδιαστεί κατάλληλα ώστε να επιτρέπει τη συγκέντρωση επαρκούς πληροφορίας για το μετρούμενο μέγεθος, πληροφορία η οποία τελικά εμπεριέχεται στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(n)$.

Μετά τη μέτρηση, η πιθανότητα η ποσότητα Y να περιέχεται στο διάστημα ανοχής $C=[T_L, T_U]$ είναι επομένως (ISO, 1998):

$$p_C = \int_C g(n)\,dn = \int_{T_L}^{T_U} g(n)\,dn \qquad (1)$$

Υποθέτοντας ότι η ζώνη ενδιαφέροντος του χρήστη βρίσκεται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα, υπάρχει πάντα η πιθανότητα ένα προϊόν αποδεκτό με βάση το διάστημα εμπιστοσύνης να είναι τελικά μη αποδεκτό, και αποδίδεται ως "*ρίσκο του χρήστη*". Υπάρχει επίσης η πιθανότητα ένα προϊόν μη-αποδεκτό με βάση το διάστημα εμπιστοσύνης να έχει λαθεμένα αχρηστευθεί. Η πιθανότητα αυτή αποδίδεται ως "*ρίσκο του παραγωγού*". Στην πράξη βέβαια, το ρίσκο του χρήστη είναι περισσότερο προβληματικό γιατί, πέρα από τις ενδεχόμενες επιβλαβείς συνέπειες για τον ίδιο, αντανακλάται και σε μειωμένη φερεγγυότητα για τον παραγωγό.



Σχήμα 3: Πιθανότητα συμμόρφωσης για κάτω (αριστερά) ή επάνω (δεξιά) όριο ανοχής

Στη συνήθη περίπτωση μέτρησης, η PDF για το μετρούμενο μέγεθος είναι κανονική, οριζόμενη από την καλύτερη εκτίμηση, y, και την τυπική αβεβαιότητα, u (JCGM, 2008):

$$g(n) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{n-y}{u}\right)^2 \right) \qquad (2)$$

Η πιθανότητα συμμόρφωσης μπορεί επομένως να εκτιμηθεί από τη σχέση:

$$p_C = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right), \text{ με } \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \qquad (3)$$

Για ένα διάστημα που ορίζεται μόνο από ένα όριο έχουμε $p_C = \Phi(z)$, με $z = \frac{y - T_L}{u}$ για ένα κάτω όριο και $z = \frac{T_U - y}{u}$ για ένα επάνω όριο (Σχήμα 3).

Από τα παραπάνω προκύπτουν και η ανεπάρκεια των συστημάτων διατύπωσης μιας κρίσης συμμόρφωσης, όταν η κρίση αυτή βασίζεται στη σύγκριση του ή των ορίων συμμόρφωσης με το διάστημα κάλυψης το οποίο συνήθως συνοδεύει ένα αποτέλεσμα μέτρησης, ειδικότερα στην περίπτωση αλληλοεπικάλυψης των δύο διαστημάτων (περίπτωση β στο Σχήμα 1). Προκύπτει επίσης ότι έχει ιδιαίτερη σημασία ο σαφής ορισμός του μετρούμενου, η αξιόπιστη εκτίμηση της αβεβαιότητας και το ότι η αξιοποίηση της PDF που προκύπτει από τη μέτρησης περιέχει σαφώς περισσότερη και πιο χρήσιμη πληροφορία.

Σε ορισμένες περιπτώσεις οι μετρολογικές απαιτήσεις διατυπώνονται στα πλαίσια της αξιολόγησης της συμμόρφωσης χρησιμοποιώντας τον αποκαλούμενο *δείκτη ικανότητας της μέτρησης* (measurement capability index), C_m (JCGM, 2012):

$$C_m = \frac{T_U - T_L}{4u} = \frac{T}{2U} \qquad (4)$$

όπου T είναι το εύρος του διαστήματος ανοχής και U η διευρυμένη αβεβαιότητα, ενώ ο συντελεστής στο διαιρέτη μπορεί να διαφορετικός του 4, ανάλογα με τις απαιτήσεις του σχήματος συμμόρφωσης. Υπάρχουν επίσης και άλλοι, παρόμοιας χρήσης συντελεστές, όπως οι test uncertainty ratio (TUR) και test accuracy ratio (TAR), ο ορισμός των οποίων είναι σε ορισμένες περιπτώσεις ασαφής και μπορεί να οδηγήσει σε παρερμηνείες.

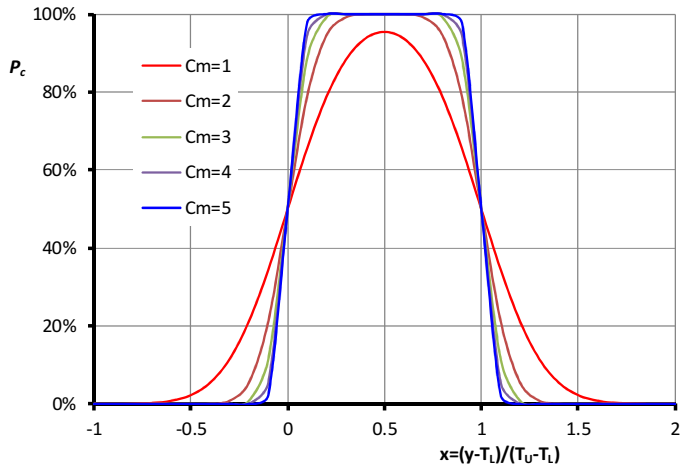
Ορίζοντας επίσης την παράμετρο $x = \frac{y - T_L}{T}$, η εξίσωση 3 επιτρέπει τον υπολογισμό της πιθανότητας κάλυψης για δεδομένα C_m και x, όπου το x βρίσκεται στο διάστημα [0, 1] για κάθε αποτέλεσμα μέτρησης που περιέχεται στο διάστημα ανοχής:

$$P_C = \Phi[4C_m(1 - x)] - \Phi[-4C_m x] \qquad (5)$$

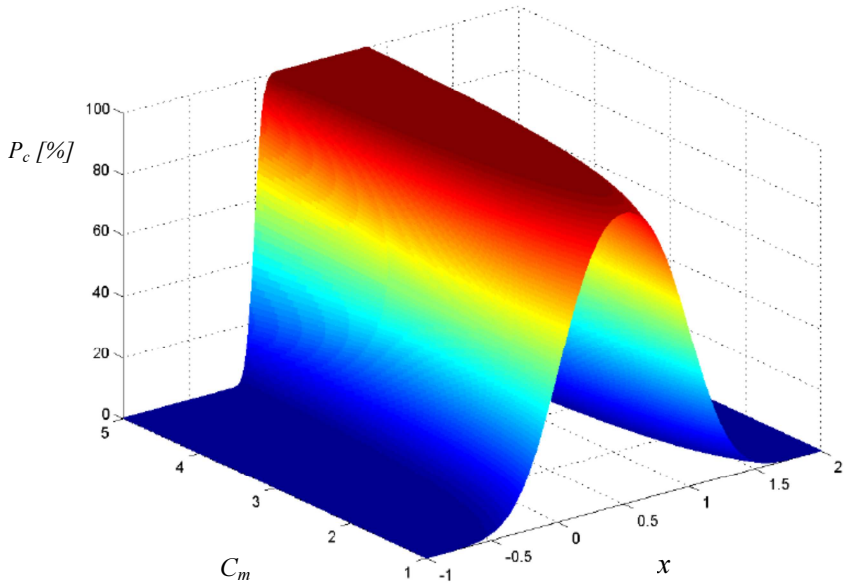
Από τη στιγμή επομένως που έχει οριστεί ο απαιτούμενος δείκτης ικανότητας της μέτρησης (δηλαδή η σχέση διαστήματος ανοχής και αβεβαιότητας της μέτρησης), μπορεί να υπολογιστεί:

- Για κάθε αποτέλεσμα μέτρησης η πιθανότητα συμμόρφωσης.
- Για μια συγκεκριμένη απαίτηση ως προς την πιθανότητα συμμόρφωσης, οι τιμές του αποτελέσματος που την ικανοποιούν.
- Στο Σχήμα 4 εμφανίζεται η πιθανότητα κάλυψης ως συνάρτηση της θέσης της

μετρούμενης τιμής ως προς το διάστημα ανοχής, για διάφορα επίπεδα ικανότητας μέτρησης. Όπως είναι αναμενόμενο, η πιθανότητα αυτή αυξάνεται με την αύξηση του C_m (δηλαδή με τη μείωση της αβεβαιότητας) και με τη μετατόπιση του αποτελέσματος της μέτρησης προς το μέσο του διαστήματος ανοχής. Η ίδια μεταβολή φαινεται παραστατικά και στο διάγραμμα του Σχήματος 5.



Σχήμα 4: Πιθανότητα συμμόρφωσης ως συνάρτηση της θέσης του αποτελέσματος στο διάστημα ανοχής για διάφορες τιμές της ικανότητας μέτρησης



Σχήμα 5: Πιθανότητα συμμόρφωσης ως συνάρτηση της ικανότητας μέτρησης και της θέσης του αποτελέσματος στο διάστημα ανοχής

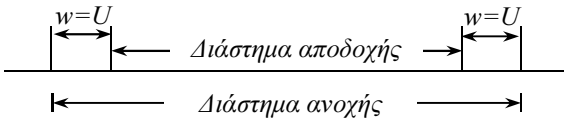
3.2. Κανόνες απόφασης

Το πρακτικό πρόβλημα στα ζητήματα εξέτασης της συμμόρφωσης έγκειται στην επιλογή ορίων ή διαστήματος αποδοχής με τρόπο που καθιστά ελεγχόμενες τις αρνητικές συνέπειες από μία λαθεμένη απόφαση συμμόρφωσης. Ένας σημαντικός και ευρέως διαδεδομένος κανόνας είναι ο αποκαλούμενος και κανόνας *απλής αποδοχής* ή *διαμερισμένου ρίσκου* (sheared risk) ο οποίος συνίσταται στην αποδοχή (ή απόρριψη) ως συμμορφούμενου ενός

προϊόντος όταν η μετρούμενη τιμή μιας ιδιότητάς του περιέχεται (ή δεν περιέχεται) στο διάστημα αποδοχής. Ο κανόνας αυτό συνήθως συνοδεύεται από την υποχρέωση η διευρυμένη αβεβαιότητα της μέτρησης να μην υπερβαίνει μια προσυμφωνημένη τιμή, η οποία ορίζεται ως ποσοστό του διαστήματος αποδοχής. Στην περίπτωση αυτή, με βάση τη σχέση 4, ο κανόνας αυτός ισοδυναμεί με τον καθορισμό μιας συγκεκριμένης τιμής για την ικανότητα μέτρησης C_m.

Ένας άλλος κανόνας, αναφερόμενος και ως *μέθοδος ακρίβειας* (accuracy method), επιβάλει τη χρήση μετρητικού εξοπλισμού προκαθορισμένης ακρίβειας σε συνδυασμό με προκαθορισμένα όρια διακύμανσης των περιβαλλοντικών συνθηκών της μέτρησης, επαρκών τεκμηριωμένες διαδικασίες και κατάλληλα εκπαιδευμένο προσωπικό μέτρησης. Και σε αυτή την περίπτωση, είναι αδύνατη η εκτίμηση της πιθανότητας συμμόρφωσης.

Μια άλλη προσέγγιση συνίσταται στον ορισμό ενός *διαστήματος αποδοχής* (acceptance interval) $[A_L, A_U]$ για τις αποδεκτές τιμές μέτρησης, μικρότερο από το διάστημα ανοχής, με τρόπο που να ελαχιστοποιείται το ρίσκο μιας εσφαλμένης κρίσης. Η διαφορά ανάμεσα στο διάστημα ανοχής και στο διάστημα αποδοχής συνιστά ένα είδος ζώνης ασφαλείας (guard band), το εύρος της οποίας εξαρτάται από το επιθυμητό επίπεδο διασφάλισης της ορθότητας μιας κρίσης συμμόρφωσης. Συχνά, το εύρος w της διαφοράς μεταξύ ορίου αποδοχής και ορίου ανοχής επιλέγεται σε σχέση με τη διευρυμένη αβεβαιότητα, με κριτήριο την επιθυμητή μέγιστη πιθανότητα αστοχίας της κρίσης συμμόρφωσης. Εάν, για παράδειγμα, η διαφορά w οριστεί ως ίση με τη διευρυμένη αβεβαιότητα U και η μετρούμενη ποσότητα χαρακτηρίζεται από κανονική κατανομή, για ένα αποτέλεσμα που περιέχεται στο διάστημα αποδοχής η πιθανότητα μη-συμμόρφωσης δεν υπερβαίνει το 2.3%.



Σχήμα 6: Διάστημα Ανοχής και Διάστημα Αποδοχής

3.3. Γενίκευση για το σύνολο της παραγωγικής διεργασίας

Συχνά, σε μια διεργασία παραγωγής καταρχήν ομοειδών προϊόντων που χαρακτηρίζονται από μια μετρίσιμη ιδιότητα Y, είναι αναμενόμενη η εμφάνιση διακυμάνσεων στις τιμές που λαμβάνει η ιδιότητα αυτή από προϊόν σε προϊόν. Τυπικά παραδείγματα είναι η παραγωγή ωμικών αντιστάσεων 100 Ω, συγκεκριμένου τύπου ψηφιακών θερμομέτρων ή κινητήρων εσωτερικής καύσης. Διάφορες τεχνικές στατιστικού ελέγχου της διεργασίας παραγωγής, π.χ. στη βάση περιοδικά επαναλαμβανόμενων δειγματοληπτικών μετρήσεων, επιτρέπουν τη συγκέντρωση πληροφορίας σχετικά με τις πιθανές τιμές n, πληροφορία που περιγράφεται από μία PDF $g_o(n)$, αποκαλούμενη και πυκνότητα πιθανότητας διεργασίας. Στην τιμή της ιδιότητας που εξετάζεται και για κάθε τυχαία επιλεγόμενο προϊόν, αντιστοιχεί μία καλύτερη εκτίμηση, y_0, και μία τυπική αβεβαιότητα, u_0.

Παρόμοια, οι πιθανές τιμές μέτρησης, n_m, που μπορούν να προκύψουν από ένα όργανο μέτρησης για μία γνωστή ποσότητα n, ακολουθούν μία κατανομή $h(n_m|n)$, η μορφή της οποίας προκύπτει από το χαρακτηρισμό της διάταξης μέτρησης, συνήθως μέσω της διακρίβωσης.

Στην συχνή περίπτωση που οι κατανομές $g_0(n)$ και $h(n_m \mid n)$ είναι κανονικές, ισχύει:

$$g_0(n) = \frac{1}{u_o\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n-y_0)^2}{2u_0^2}} \text{ , } h(n_m \mid n) = \frac{1}{u_m\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n_m-n)^2}{2u_m^2}} \tag{6}$$

Η πιθανότητα τότε να εμφανιστεί μία τιμή n_m όταν μετράται ένα τυχαία επιλεγμένο προϊόν από το σύνολο της παραγωγής είναι επομένως:

$$h_o(n_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_0(n)\, h(n_m \mid n) = \frac{1}{u_{n_m}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(n_m - y_0)^2}{2u_{n_m}^2}\right) \tag{7}$$

όπου $u_{n_m} = \sqrt{u_0^2 + u_m^2}$.

Για μία συγκεκριμένη μέτρηση n_m η οποία περιέχεται στο διάστημα αποδοχής, η πιθανότητα εσφαλμένης αποδοχής της ως συμμορφούμενης (ρίσκο του καταναλωτή) είναι $R_C^* = 1 - p_C$. Εάν όμως πρόκειται για μέτρηση ενός τυχαίου δείγματος από τη σειρά παραγωγής, αναφερόμαστε στο **συνολικό ρίσκο καταναλωτή**, R_C. Το ρίσκο αυτό αναφέρεται ειδικότερα στην περίπτωση που η μετρούμενη ιδιότητα δεν ικανοποιεί τις απαιτήσεις στο σύνολο της παραγωγής, αντίθετα από το αποτέλεσμα μιας συγκεκριμένης μέτρησης το οποίο τις ικανοποιεί. Όπως υπάρχει και το ρίσκο του παραγωγού, $R_P^* = 1 - p_C$, το ρίσκο δηλαδή να απορριφθεί εσφαλμένα ένα προϊόν με τη μέτρηση να τοποθετείται έξω από το διάστημα αποδοχής, ενώ ανάλογα ορίζεται και το **συνολικό ρίσκο παραγωγού**, R_P. Είναι προφανές ότι το συνολικό ρίσκο εξαρτάται τόσο από τη διαδικασία παραγωγής, όσο και από το σύστημα μέτρησης.

Η πιθανότητα η τιμή του μετρούμενου να είναι μη συμμορφούμενη όταν το αποτέλεσμα μιας μέτρησης είναι αποδεκτό, ισούται με το γινόμενο της πιθανότητας παραγωγής ενός προϊόντος εκτός διαστήματος ανοχής επί την πιθανότητα η μέτρηση να δώσει αποτέλεσμα μέσα στο διάστημα αποδοχής όταν το μετρούμενο είναι εκτός διαστήματος ανοχής. Τα πιθανά επομένως ενδεχόμενα που εξετάζονται στα πλαίσια της αξιολόγησης της συμμόρφωσης περιγράφονται από την κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (joint probability density function):

$$f(n, n_m) = g_0(n)\, h(n_m \mid n) = h_0(n_m)\, g(n \mid n_m) \tag{8}$$

Το συνολικό ρίσκο εκτιμάται συνήθως ως συχνότητα εμφάνισης μη συμμορφώσεων με τη βοήθεια μέτρησης κατά το δυνατόν πολυπληθέστερων δειγμάτων. Μπορεί όμως να εκτιμηθεί με τη βοήθεια συναρτήσεων κατανομών, ειδικότερα όταν η δειγματοληψία πολλών προϊόντων δεν είναι εφικτή, ολοκληρώνοντας την σχέση 8 (JCGM, 2008β).

$$R_C = \int_{\tilde{C}}\int_{A} g_0(n)\, h(n_m \mid n)\, dn_m\, dn \text{ , } R_P = \int_{C}\int_{\tilde{A}} g_0(n)\, h(n_m \mid n)\, dn_m\, dn \tag{9}$$

όπου C και A είναι τα διαστήματα ανοχής και αποδοχής αντίστοιχα (Σχήμα 6).

3.4. Ο ρόλος της αβεβαιότητας της μέτρησης

Είναι προφανές ότι η βελτίωση της μετρολογικής ποιότητας του χρησιμοποιούμενου εξοπλισμού και η συνακόλουθη μείωση της αβεβαιότητας οδηγεί σε μείωση της πιθανότητας εσφαλμένης κρίσης συμμόρφωσης. Ενδεικτικά μπορεί να αναφερθεί ότι για ένα απλό κανόνα απόφασης χωρίς ζώνη ασφαλείας με ικανότητα μέτρησης $C_m = \frac{T_U - T_L}{4u} = 2$, το ρίσκο του καταναλωτή είναι περίπου R_C=0.1% και το αντίστοιχο ρίσκο του παραγωγού είναι R_P=1.5%. Η βελτίωση του μετρητικού συστήματος ώστε η μετρητική ικανότητα να γίνει $C_m = 10$, οδηγεί σε νέες μειωμένες τιμές R_C=0.04% και R_P=0.07%. Η επιλογής όμως αυτή υπόκειται συχνά σε οικονομικοτεχνικούς περιορισμούς οι οποίοι πρέπει να εξεταστούν στα πλαίσια συγκεκριμένης διερεύνησης κόστους-οφέλους, συνυπολογίζοντας και το οικονομικό ή/και κοινωνικό κόστος από τις πιθανές εσφαλμένες κρίσεις συμμόρφωσης.

Στην περίπτωση μέτρησης δείγματος προϊόντος από γραμμή παραγωγής, παρόμοια επίδραση στο επίπεδο του ρίσκου έχει και η αβεβαιότητα που χαρακτηρίσει τη χαρακτηριστική της PDF, δηλαδή η ομοιομορφία των παραγόμενων προϊόντων.

4. Αξιολόγηση της συμμόρφωσης στα πλαίσια της πιστοποίησης προϊόντος

Η πιστοποίηση ως μηχανισμός διασφάλισης των ποιοτικών και ποσοτικών χαρακτηριστικών των προϊόντων και υπηρεσιών, αποτελεί σήμερα βασικό κρίκο των κάθε είδους δραστηριοτήτων διαμεσολάβησης. Η μέτρηση με τη σειρά της αποτελεί ίσως τον κρισιμότερο κρίκο στη διαδικασία της πιστοποίησης, τόσο στο αρχικό της στάδιο όπου προσδιορίζονται τα προς πιστοποίηση χαρακτηριστικά, όσο μετέπειτα, κατά τον έλεγχο για την επιβεβαίωση της ισχύος της στην πράξη.

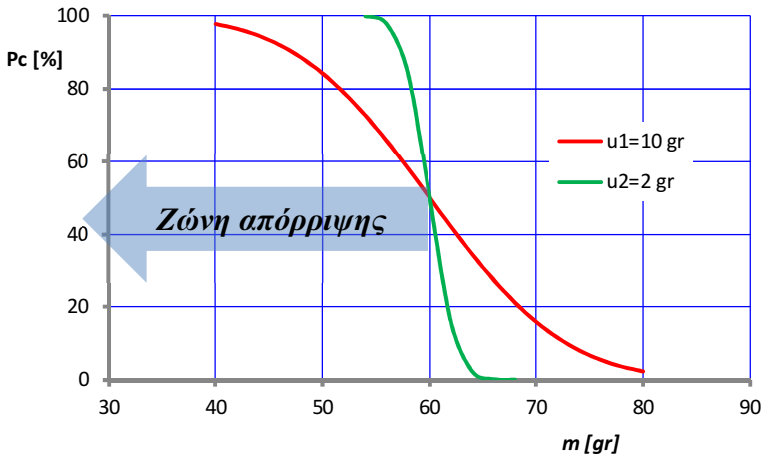
Συνήθως, το πρόβλημα της επίδρασης της ποιότητας των μετρήσεων αντιμετωπίζεται στα πλαίσια της πιστοποίησης με την υιοθέτηση συγκεκριμένων απαιτήσεων όσον αφορά την αβεβαιότητα των μετρήσεων που αφορούν τις ιδιότητες αυτές. Στο βαθμό που η συμμόρφωση εξετάζεται με απλή σύγκριση της τιμής που μετρήθηκε με το ή τα προκαθορισμένα όρια. Υφίσταται επομένως η πιθανότητα εσφαλμένης κρίσης συμμόρφωσης λόγω της ύπαρξης των αβεβαιοτήτων στη μέτρηση, χωρίς να προβλέπεται η εκτίμηση της πιθανότητας αυτής. Η πληροφορία ωστόσο που αφορά την πιθανότητα εσφαλμένη κρίσης μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα σημαντική, τόσο για τον παραγωγό ο οποίος ενδεχόμενα αδικείται από μια μεγάλη πιθανότητα εσφαλμένης κρίσης αρνητικής συμμόρφωσης, όσο και για το χρήστη ο οποίος ενδεχομένως προμηθεύεται ένα προϊόν.

Ένα συγκεκριμένο παράδειγμα είναι αυτό των δοκιμών διείσδυσης βροχής θερμικών ηλιακών συλλεκτών. Για τη δοκιμή αυτή προβλέπεται, για ένα τυπικό συλλέκτη επιφανείας 2 m^2, τυπική αβεβαιότητα μετρήσεων της μάζας νερού που διεισδύει καλύτερη από u=10 g, ενώ το άνω όριο συμμόρφωσης με τις απαιτήσεις του κανονισμού πιστοποίησης είναι T_U=60 gr. Ο συλλέκτης απορρίπτεται εάν η ποσότητα m που μετράται είναι $m>T_U$.

Στο διάγραμμα του Σχήματος 7 φαίνεται η πιθανότητα συμμόρφωσης σε συνάρτηση με το αποτέλεσμα της δοκιμής, όταν η μέτρηση γίνεται ικανοποιώντας οριακά την απαίτηση του προτύπου δοκιμών ως προς την αβεβαιότητα της μέτρησης, δηλαδή με u_1=10 g, και όταν η ίδια μέτρηση πραγματοποιείται με βελτιωμένο εξοπλισμό μετρήσεων, δηλαδή με u_2=2 g. Στο ίδιο διάγραμμα φαίνεται η περιοχή απόρριψης.

Από το διάγραμμα φαίνεται πόσο σημαντικό είναι το ρίσκο, τόσο του παραγωγού (να α-

πορριφθεί εσφαλμένα ο συλλέκτης), όσο και του χρήστη (να θεωρηθεί εσφαλμένα αποδεκτός ο συλλέκτης), ακόμα και εάν τηρηθούν επακριβώς οι απαιτήσεις του προτύπου και του κανονισμού πιστοποίησης. Φαίνεται επίσης πόσο σημαντική είναι η επίδραση της ποιότητας του μετρολογικού εξοπλισμού στη μείωση (ή και την αύξηση) αυτού του ρίσκου.



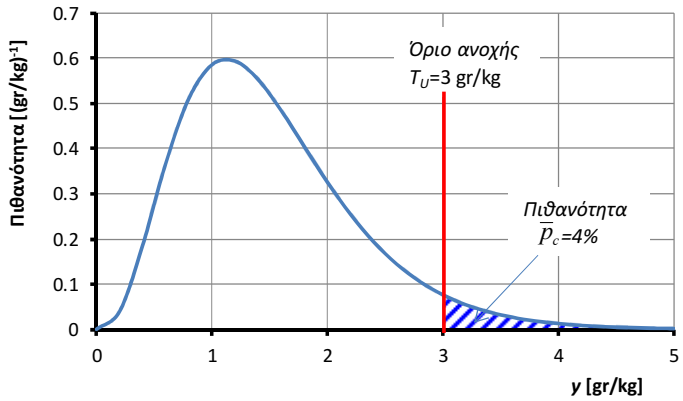
Σχήμα 7: Πιθανότητα συμμόρφωσης σε συνάρτηση του αποτελέσματος μέτρησης διείσδυσης βροχής

Ένα άλλο παράδειγμα αφορά την πιστοποίηση της γραμμής κατεργασίας και συσκευασίας ενός υλικού το οποίο υφίσταται ειδική επεξεργασία για την αφαίρεση ενός επιβλαβούς συστατικού. Ιδανικά επιδιώκεται η μηδενική περιεκτικότητα με μέγιστη αποδεκτή τιμή τα T_U=3 gr/kg για κάθε ξεχωριστή συσκευασία. Για τον χαρακτηρισμό της γραμμής παραγωγής έχουν διενεργηθεί πολλές μετρήσεις με όργανο αμελητέας αβεβαιότητας και έχει διαπιστωθεί ότι η μέση περιεκτικότητα είναι $\bar{y}$=1.5 gr/kg και τυπική απόκλιση s=0.75 gr/kg. Το υλικό ελέγχεται πριν τη διάθεση στην αγορά με τη βοήθεια μετρητικής διάταξης, οι μετρήσεις της οποίας, με βάση το πιστοποιητικό διακρίβωσης, χαρακτηρίζονται από τυπική αβεβαιότητα u_m=0.4 gr/kg.

Με βάση μελέτη κόστους των συνεπειών από αστοχίες, η επιχείρηση έχει ως στόχο οι μη συμμορφούμενες συσκευασίες να μην υπερβαίνουν το 0.1%. Για την επίτευξη του στόχου αυτού απαιτείται ο καθορισμός ενός ορίου αποδοχής A_U, μικρότερου από το όριο ανοχής.

Από τη στιγμή που η περιεκτικότητα είναι πάντα μεγαλύτερη από το μηδέν, καταλληλότερη PDF για τη μοντελοποίηση της ανομοιομορφίας της γραμμής παραγωγής είναι η συνάρτηση gamma(n)= $\frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} n^{\alpha-1} e^{-\lambda n}$, με παραμέτρους $\alpha = \frac{\bar{y}^2}{s^2} = 4$ και $\lambda = \frac{\bar{y}}{s^2} = 2.67$, με τελική μορφή $g_0(n) = \frac{50.56}{8} n^3 e^{-2.67n}$, $n \geq 0$ (Jaynes, 2008).

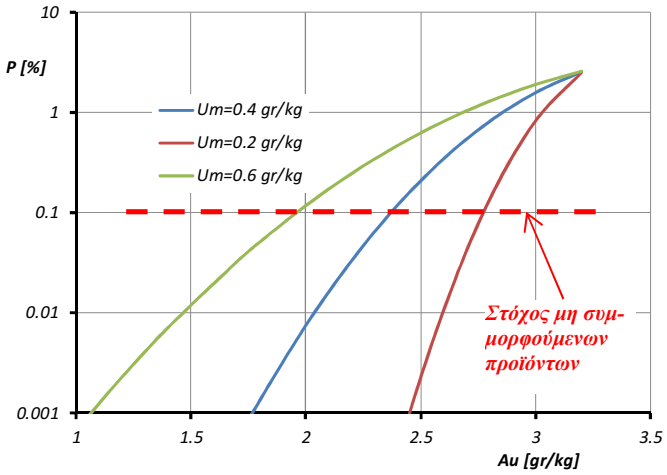
Η πιθανότητα μη-συμμόρφωσης είναι $\overline{P}_C = \int_3^{\infty} g_o(n)dn$ =4.2%, το οποίο θα αντιπροσώπευε το ρίσκο του καταναλωτή εάν η επιχείρηση δεν εφάρμοζε μέτρα ελέγχου πριν τη διάθεση στην αγορά. Η επιχείρηση όμως επιθυμεί να μειώσει δραστικά το ρίσκο αυτό στο 0.1% και για το λόγο αυτό επιβάλει ένα διάστημα αποδοχής [0, A_U]. Το ρίσκο του καταναλωτή υπολογίζεται τότε από τη σχέση 9, η οποία στη συγκεκριμένη εφαρμογή γράφεται (Σχήμα 8):



Σχήμα 8: Κατανομή PDF τιμών περιεκτικότητας και πιθανότητα μη-συμμόρφωσης

$$R_C = \int_{T_U}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{A_U - n}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{-n}{u_m}\right)\right] g_o(n)dn = \frac{50.56}{6}\int_{3}^{\infty}\left[\Phi\left(\frac{A_U - n}{0.4}\right) - \Phi\left(\frac{-n}{0.4}\right)\right] n^3 e^{-2.67n} dn \qquad [10]$$

Επιλύοντας αριθμητικά την παραπάνω σχέση βρίσκουμε ότι το όριο αποδοχής πρέπει να είναι ίσο με 2.37 gr/kg ώστε να επιτευχθεί ο στόχος των 0.1% μη συμμορφούμενων προϊόντων.



Σχήμα 9: Μεταβολή του ποσοστού μη συμμορφούμενων προϊόντων με το όριο αποδοχής για τρία επίπεδα αβεβαιοτήτων

Στο Σχήμα 9 φαίνεται η μεταβολή της πιθανότητας με το όριο αποδοχής για τρεις διαφορετικές τιμές της αβεβαιότητας που χαρακτηρίζει τη διάταξη ελέγχου που χρησιμοποιεί η επιχείρηση. Όπως είναι αναμενόμενο, η επένδυση σε εξοπλισμό ελέγχου υψηλότερης μετρολογικής ποιότητας δίνει τη δυνατότητα υιοθέτησης μεγαλύτερου ορίου αποδοχής, με απόρριψη λιγότερων προϊόντων, με δεδομένο το στόχο των 0.1% μη συμμορφούμενων προϊόντων. Μια αβεβαιότητα ίση με u_m=0.2 gr/kg οδηγεί, για παράδειγμα, σε ένα όριο απόρριψης A_U=2.75 gr/kg, τη στιγμή που για μία αβεβαιότητα u_m=0.6 gr/kg το αντίστοιχο όριο είναι A_U=1.9 gr/kg, δηλαδή μειωμένο κατά 31%.

5. Συμπεράσματα

Σε συνθήκες ελεύθερης αγοράς, όπου οι η κυκλοφορίας των προϊόντων και οι κάθε είδους δραστηριότητες παροχής υπηρεσιών κρίνονται ουσιαστικά μόνο ως προς την ικανοποίηση συγκεκριμένων απαιτήσεων, η αξιολόγηση της συμμόρφωσης προς όρια ή προδιαγραφές αποτελεί κρίσιμη παράμετρο, τόσο για τους χρήστες όσο και για τους παραγωγούς. Η αξιοπιστία των κρίσεων συμμόρφωσης και η ερμηνεία των δυνητικών τους επιπτώσεων επηρεάζεται καθοριστικά από την αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει τα ποσοτικά αποτελέσματα πάνω στα οποία βασίζονται οι κρίσεις αυτές.

Το ισχύον πλαίσιο μεθοδολογικών προσεγγίσεων στα προβλήματα εκτίμησης της αβεβαιότητας μπορεί σήμερα να θεωρηθεί επιστημονικά επαρκές. Η ερμηνεία ωστόσο των κρίσεων συμμόρφωσης, όταν περιορίζεται στην απλή διατύπωσή τους, παρακάμπτει συχνά την εκτίμηση της πιθανότητας εσφαλμένων κρίσεων και δεν αντανακλά το σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας. Επιπλέον, η εκτίμηση της πιθανότητας συμμόρφωσης μπορεί να αποτελέσει πολύτιμο εργαλείο για τους παραγωγούς οι οποίοι επιθυμούν να γνωρίζουν τα περιθώρια βελτίωσης των προϊόντων και τους κινδύνους από πιθανές αστοχίες, για τους χρήστες οι οποίοι θα ήθελαν να γνωρίζουν τις ενδεχόμενες αποκλίσεις από τα δηλωμένα χαρακτηριστικά, για του φορείς που αναπτύσσουν συστήματα πιστοποίησης με σκοπό τη ρεαλιστική διευθέτηση των ορίων συμμόρφωσης και, τέλος, για τα εργαστήρια τα οποία καλούνται να σχεδιάσουν βέλτιστα το μετρολογικό τους εξοπλισμό.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ILAC, ILAC-G8:1996 Guidelines on assessment and reporting of compliance with specification. Silverwater, Australia, 1996.

ISO, ISO 14253-1:1998 Geometrical Product Specifications GPS- Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment, Part 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications. Geneva, 1998.

ISO, ISO 10576-1:2003(E) Statistical methods - Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements, Part 1: General principles. Geneva, 2003.

JCGM 106, Evaluation of measurement data – The role of measurement uncertainty in conformity assessment, JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML), 2012.

Jaynes, E. T. Probability Theory: The Logic of Science. Cambridge University Press, 2003.

JCGM 100, Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM 1995 with Minor Corrections), JCGM BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML), 2008.

JCGM 101, Supplement 1 to the 'Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement' - Propagation of distributions using a Monte Carlo method, JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML), 2008.

ΜΑΘΙΟΥΛΑΚΗΣ Μ., Μέτρηση, ποιότητα μέτρησης και αβεβαιότητα, HELLAS LAB, 2η Έκδοση, 2015.