

# ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΜΙΑΣ ΜΙΚΡΟΔΟΚΟΥ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

Γεωργακάκη Δ.<sup>1</sup>, Μήτσας Χ.<sup>2</sup>, Σαπαλίδης Α.<sup>3</sup> και Πολάτογλου Χ.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Τμήμα Φυσικής, Τομέας Φυσικής Στερεάς Κατάστασης, Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη, 54124

<sup>2</sup>Διεύθυνση Μηχανικών Μεγεθών, Ε.Ι.Μ., Σίνδος, Θεσσαλονίκη, 57022

<sup>3</sup>Ινστιτούτο Φυσικοχημείας, ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος, Αγία Παρασκευή, Αττική, 15310

e-mail: georgakd@gmail.com

## Περίληψη

Πολλές σύγχρονες νανομετρολογικές εφαρμογές που χρησιμοποιούν το μικροσκόπιο ατομικών δυνάμεων (Atomic Force Microscope - AFM), απαιτούν ποσοτικές μετρήσεις δύναμης σε ένα εύρος από 1 pN έως 100 nN. Ο κυριότερος περιορισμός παραγωγής ιχνηλάσιμων μετρήσεων στη νανοκλίμακα προέρχεται από τις εγγενείς δυσκολίες της διακρίβωσης της μικροδοκού ή cantilever (μετρητική διάταξη), η οποία συνίσταται ουσιαστικά στον προσδιορισμό της σταθεράς του ελατηρίου (spring constant) ή αλλιώς της ακαμψίας (stiffness), με ακρίβεια συμβατή με την επιθυμητή εφαρμογή. Λόγω της σπουδαιότητας ιχνηλάσιμων μετρήσεων των νανοδυνάμεων έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία διάφορες μεθοδολογίες μέτρησης της σταθεράς ελατηρίου που χαρακτηρίζονται ως: α) διαστασιακές, β) στατικές, με χρήση μικροφορτίων για τη μέτρηση της εκτροπής της μικροδοκού και γ) δυναμικές, με μέτρηση της συχνότητας συντονισμού όταν η μικροδοκός ταλαντώνεται οδηγούμενη από μία χρονικά μεταβαλλόμενη δύναμη. Σε αυτήν την εργασία μελετάται με αριθμητική προσομοίωση η επίδοση δύο συχνά χρησιμοποιούμενων τρόπων δυναμικής διακρίβωσης των μικροδοκών, της μεθόδου του θερμικού θορύβου και αυτής του Sader. Τα «πειραματικά» δεδομένα προέρχονται από την αριθμητική επίλυση του συστήματος των εξισώσεων που περιγράφουν την δυναμική μιας ταλαντούμενης μικροδοκού στην προσέγγιση “lumped parameters”. Μέσω της πυκνότητας φασματικής ισχύος (Power Spectral Density) του αρμονικού ταλαντωτή προσδιορίζονται από την πρώτη μέθοδο οι παράμετροι του ταλαντωτή ( $f$ ,  $Q$ ,  $A$ ) και από αυτές η σταθερά ελατηρίου,  $k_1$ , που αντιστοιχεί στη χαμηλότερη συχνότητα συντονισμού. Η δεύτερη μέθοδος, μέσω της απόκρισης ταλαντωτή σε ρευστό με γνωστές ιδιότητες (πυκνότητα  $\rho$  και ιξώδους  $\eta$ ), υπολογίζει τη σταθερά του ελατηρίου από τις παραμέτρους του ταλαντωτή, τις ιδιότητες του μέσου και της διαστάσεις της μικροδοκού. Τέλος, γίνεται μία απόπειρα συγκριτικής αποτίμησης των επιδόσεων των δύο μεθόδων καθώς και των υποθέσεων που αφορούν στη γεωμετρία, την ομοιογένεια και τις διαστάσεις της μικροδοκού καθώς και στις ιδιότητες του ρευστού μέσου.

Λέξεις-Κλειδιά: Ατομικό Μικροσκόπιο, Μικροδοκός, Θερμικός Θόρυβος, Μέθοδος Sader, Διακρίβωση.

## Abstract

Many modern nanometrological applications that make use of the Atomic Force Microscope, demand quantitative force measurements ranging from 1pN to 100nN. The main obstacle in the production of traceable nanoforce measurements lies in the various difficulties that arise from the cantilever's spring constant (or stiffness) calibration, at an accuracy that is compatible to each application. Because of the importance of traceable nanoforce measurements, various methods of stiffness measurements have been proposed in bibliography and are grouped in: a) dimensional, b) static, with the use of loads for the measurements of the cantilever's deflection and c) dynamic, with the measurement of the cantilever's oscillation frequency driven from an external time-

Γεωργακάκη Δ., Μήτσας Χ., Σαπαλίδης Α., Πολάτογλου Χ., Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΕΝΟΣ AFM  
CANTILEVER ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

4<sup>ο</sup> Τακτικό Εθνικό Συνέδριο Μετρολογίας

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου  
Αθήνα, 3-4 Φεβρουαρίου 2012

varying force. In this paper we present a simulation study of the performance of two very common dynamic calibration techniques, the thermal noise method and the Sader's method. The virtual "experimental" data are created from the numerical solving of the equations that describe the AFM system and the vibrating cantilever dynamics, under the approximation of "lumped parameters". As regards the thermal noise method, with the Power Spectral Density of the harmonic oscillator, the parameters ( $f$ ,  $Q$ ,  $A$ ) are determined and the stiffness  $k_1$  that corresponds to the lowest frequency, is calculated. Sader's method uses the oscillator's dimensions and behavior at a liquid environment with known properties (density  $\rho$  and viscosity  $\eta$ ) to calculate  $k_1$ . Finally, we attempt to compare the performance of the above methods as well as the assumptions that regard the geometry, uniformity and dimensions of the cantilever and the liquid properties.

*Keywords: AFM, Cantilever, Thermal Noise, Sader Method, Calibration.*

## 1. Εισαγωγή

Το Μικροσκόπιο Ατομικών Δυνάμεων (Atomic Force Microscope ή AFM), που εφευρέθηκε το 1986 από τους G. Binnig, C. F. Quate και C. Herber, είναι το πιο διαδεδομένο εργαλείο της Μικροσκοπίας Σάρωσης (Scanning Probe Microscopy). Οι εναλλακτικοί τρόποι λειτουργίας του Ατομικού Μικροσκοπίου εξασφαλίζουν τόσο τοπογραφικές μετρήσεις της επιφάνειας του υπό μελέτη δείγματος όσο και μετρήσεις των ηλεκτρικών, μηχανικών, μαγνητικών και χημικών ιδιοτήτων του δείγματος.

Σε ένα τυπικό Ατομικό Μικροσκόπιο υπάρχουν 2 κατηγορίες τρόπων λειτουργίας, βάσει της συμπεριφοράς της νανοακίδας της μικροδοκού, στατικοί και δυναμικοί τρόποι. Στην πρώτη κατηγορία εμπίπτει ο τρόπος στατικής επαφής (contact mode) ενώ στη δεύτερη κατηγορία οι δυναμικοί τρόποι επαφής χωρίζονται σε 3 υποομάδες ανάλογα με την απόσταση της ακίδας από την επιφάνεια του δείγματος: i) near-contact mode, ii) tapping / intermittent mode και iii) non-contact mode (Mironov 2004). Οι δυναμικοί τρόποι λειτουργίας, με τους οποίους θα ασχοληθούμε στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιούνται για μετρήσεις που απαιτούν μεγαλύτερο λόγο σήματος προς θόρυβο και συνεπώς προσφέρουν καλύτερη διακριτική ικανότητα. Ουσιαστικά οι τεχνικές αυτές μετατοπίζουν τις μετρήσεις σε ένα υψηλότερο επίπεδο συχνοτήτων όπου υπάρχει λιγότερος  $1/f$  θόρυβος (Cook et al. 2006).

Οι μετρήσεις των νανοδυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ της νανοακίδας και της επιφάνειας του εξεταζόμενου δείγματος, προϋποθέτουν όσο το δυνατόν ακριβέστερη τιμή της σταθεράς ελατηρίου  $k_z$  της μικροδοκού. Αρχικά, γινόταν χρήση των ονομαστικών τιμών των σταθερών ελατηρίου, τακτική η οποία οδηγούσε σε λανθασμένα αποτελέσματα διότι το εύρος τιμών που έδιναν οι προδιαγραφές κατασκευής ήταν πολύ μεγάλο. Σύντομα ξεκίνησαν να προτείνονται διάφορες μεθοδολογίες οι οποίες αποσκοπούν στη σωστή βαθμονόμηση της σταθεράς ελατηρίου της μικροδοκού.

Οι διαστατικές μέθοδοι (Neumeister and Ducker 1994) στηρίζονται στη γνώση των γεωμετρικών ιδιοτήτων της μικροδοκού καθώς και των ιδιοτήτων του δείγματος. Δίνουν πολύ καλά αποτελέσματα για ορθογώνιους βραχίονες αλλά υστερούν όσον αφορά στους βραχίονες σχήματος V. Σε αυτήν την περίπτωση βέβαια μπορούν να συνδυαστούν με Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων (Choi and Gethin 2009) για μεγαλύτερη ακρίβεια, όμως το μαθηματικό πρόβλημα γίνεται ακόμη πιο πολύπλοκο.

Για τις στατικές πειραματικές μεθόδους ενδεικτικά αναφέρουμε τη μέθοδο του πρότυπου μικροβραχίονα (Reference Cantilever), τη μέθοδο ανεστραμμένου φορτίου (Inverted Loaded Cantilever) και τη μέθοδο του εκκρεμούς (Pendulum Method). Έχουν γίνει εκτενείς μελέτες οι οποίες δίνουν περισσότερες λεπτομέρειες για τις υπάρχουσες στατικές μεθόδους (Palacio and Bhushan 2010, Kim et al 2010).

Όσον αφορά στις δυναμικές μεθόδους αναφέρουμε τις πιο δημοφιλείς: τη μέθοδο Cleveland (Cleveland et al 1992), τη μέθοδο Sader (Sader 1998) και τη μέθοδο θερμικού θορύβου (Hutter and Bechhoefer 1993). Στην παρούσα εργασία μελετούμε και συγκρίνουμε τις δύο τελευταίες τεχνικές πάνω σε «πειραματικά» δεδομένα που έχουμε παράγει με τη βοήθεια ενός δυναμικού μη-γραμμικού μοντέλου. Οι λόγοι επιλογής των τεχνικών αυτών συνοψίζονται στα παρακάτω: 1) πρόκειται για μη καταστρεπτικές τεχνικές, 2) εφαρμόζονται σε όλες τις μικροδοκούς ανεξαρτήτως υλικού ή επικάλυψης, 3) απαιτούν ελάχιστη υποδομή για την υλοποίησή τους, 4) είναι προσιτές για το χρήστη του Ατομικού Μικροσκοπίου και δεν απαιτούν ειδική εκπαίδευση.

## 2. Δημιουργία και Ανάλυση Δεδομένων

### 2.1 Δημιουργία Δεδομένων

Για να δημιουργήσουμε μια χρονοσειρά «πειραματικών» δεδομένων λύνουμε την εξίσωση του εξαναγκασμένου αρμονικού ταλαντωτή με τριβή (Sarid 2007)

$$\ddot{x}(t) + \frac{\omega_c}{Q} \dot{x}(t) + \omega_c^2 x(t) = \frac{F_{\text{thermal}}}{m_{\text{eff}}} \quad (1)$$

με  $\omega_c$  την συχνότητα συντονισμού της μικροδοκού,  $Q$  τον παράγοντα συντονισμού,  $F_{\text{thermal}}$  τη δύναμη λόγω των θερμικών ταλαντώσεων της μικροδοκού και  $m_{\text{eff}}$  την ενεργό μάζα της. Σημειώνουμε ότι την παράμετρο  $F_{\text{thermal}}$  την εισάγουμε εμείς στην εξίσωση και επιλέγουμε την τιμή της ανάλογα με το πόσο ισχυρός θέλουμε να είναι ο θερμικός θόρυβος. Στο τέταρτο μέρος της εργασίας παραθέτουμε ενδεικτικά κάποιες τιμές της  $F_{\text{thermal}}$  και μελετούμε την επίδρασή της στο σύστημά μας. Εφαρμόζοντας ένα μετασχηματισμό Fourier στη χρονοσειρά  $x(t)$  παίρνουμε το φάσμα ισχύος PSD. Σε αυτό το θεωρητικό φάσμα θα προσαρμόσουμε το μαθηματικό μοντέλο του θερμικού θορύβου και θα υπολογίσουμε τις ελεύθερες παραμέτρους  $\omega_c$  και  $Q$ . Ο τελικός στόχος είναι ο υπολογισμός της ελαστικής σταθεράς της μικροδοκού  $k$  και η σύγκριση της τιμής με αυτήν που δίνει η μέθοδος Sader.

### 2.2 Μέθοδος Θερμικού Θορύβου

Η μέθοδος του θερμικού θορύβου (Hutter and Bechhoefer 1993), βασίζεται στο θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας. Σύμφωνα με αυτό το θεώρημα, για κάθε γενικευμένη συντεταγμένη  $X$  η οποία αποθηκεύει ενέργεια σύμφωνα με την αναλογία  $E_X \sim X^2$  ισχύει ότι  $\langle E_X \rangle = (1/2)k_B T$ . Στην περίπτωση που μελετάμε, ως συντεταγμένη  $X$  εννοούμε την εκτροπή της μικροδοκού,  $d_c$  στην οποία αναλογεί δυναμική ενέργεια  $(1/2)k \langle d_c^2 \rangle$ , όπου  $\langle d_c^2 \rangle$  είναι η μέση τιμή του τετραγώνου της εκτροπής στο χρονικό διάστημα που εκτελείται η κίνηση. Έτσι λαμβάνουμε για την ελαστική σταθερά ότι

$$k = \frac{k_B T}{\langle d_c^2 \rangle} \quad (2)$$

Η θεωρία του θερμικού θορύβου στηρίζεται στις παρακάτω υποθέσεις:

- (1) Η διάσταση  $l$  της νανοακίδας είναι κατά πολύ μικρότερη του μήκους  $L$  της μικροδοκού.
- (2) Η μικροδοκός είναι ομογενής σε όλο το μήκος της.
- (3) Το μέσο στο οποίο βρίσκεται η μικροδοκός είναι κενό ή αέρας.

Για να θεμελιώσουμε μαθηματικά ένα μοντέλο το οποίο θα υπολογίζει την εκτροπή της μικροδοκού συναρτήσει της συχνότητας ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία: Αρχικά θεωρούμε την εκτροπή σαν μια αναγραφόμενη ένδειξη  $x$  συναρτήσει του χρόνου,  $x(t)$  και εφαρμόζουμε μετασχηματισμό Fourier για να περάσουμε στο πεδίο των συχνοτήτων. Κατόπιν υπολογίζουμε το Φάσμα Ισχύος PSD και προχωρούμε σε μια μαθηματική έκφραση για την μέση εκτροπή της μικροδοκού με την πάροδο του χρόνου. Το τελικό μοντέλο στο οποίο καταλήγουμε περιγράφεται στην παρακάτω εξίσωση (3)

$$\begin{aligned}
PSD(x, f) &= \frac{2k_B T}{m_{eff} \pi} \frac{\left(\frac{\omega_c}{Q}\right)}{\left((\omega_c^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_c}{Q}\right)^2 \omega^2\right)} = \frac{2k_B T}{m_{eff} \pi} \frac{\frac{2\pi}{16\pi^4} \left(\frac{f_c}{Q}\right)}{\left((f_c^2 - f^2)^2 + \left(\frac{f_c}{Q}\right)^2 f^2\right)} = \\
&= norm \frac{A_{factor}}{\left(B_{factor}^2 - f^2\right)^2 + A_{factor}^2 f^2}
\end{aligned} \quad (3)$$

όπου οι ελεύθερες παράμετροι είναι οι εξής:  $A_{factor} = f_c/Q$  και  $B_{factor} = f_c$ . Η σταθερά  $norm = k_B T / 4\pi^4 m_{eff}$  δίνει το πλάτος της ταλάντωσης.

### 2.3 Μέθοδος Sader

Η μέθοδος Sader (Sader 1995, 1998) στηρίζεται στη γενική θεωρία μιας μικροδοκού η οποία βυθίζεται σε ένα υγρό συγκεκριμένου ιξώδους και ταλαντώνεται από μια εξωτερική οδηγό δύναμη. Για να δημιουργήσουμε ένα μαθηματικό μοντέλο το οποίο θα περιγράφει την δυναμική συμπεριφορά της μικροδοκού κάνουμε τις εξής υποθέσεις:

- (1) Η διατομή της μικροδοκού είναι ομογενής σε όλο το μήκος της.
- (2) Το μήκος  $L$  της μικροδοκού είναι πολύ μεγαλύτερο από το πλάτος της  $b$ .
- (3) Η μικροδοκός είναι ένα ιστροπικό ελαστικό στερεό με αποτέλεσμα τα φαινόμενα εσωτερικής τριβής να είναι αμελητέα.
- (4) Το πλάτος ταλάντωσης της μικροδοκού είναι κατά πολύ μικρότερο από οποιαδήποτε γεωμετρική διάστασή της (μήκος  $L$ , πλάτος  $b$ , πάχος  $h$ ).

Θεωρώντας λοιπόν το σύστημα μας σαν ένα συνεχές μέσο διακρίνουμε δύο διαφορετικές δυνάμεις που ενεργούν στη μικροδοκό: Ο υδροδυναμικός όρος  $F_{hydro}$  οφείλεται στην κίνηση του υγρού μέσου γύρω από τη μικροδοκό (στην περίπτωση που θα εξετάσουμε το μέσο είναι ο αέρας) ενώ η οδηγός δύναμη  $F_{drive}$  ουσιαστικά ταλαντώνει τη μικροδοκό. Για τον προσδιορισμό της  $F_{hydro}$  ο Sader εισήγαγε την υδροδυναμική συνάρτηση  $\Gamma(\omega)$  την οποία στη συνέχεια χρησιμοποίησε σαν διορθωτικό όρο στον προσδιορισμό της ελαστικής σταθεράς  $k$  της μικροδοκού. Το επόμενο βήμα λοιπόν είναι να βρεθούν αναλυτικές εκφράσεις για τις υδροδυναμικές συναρτήσεις δοκών με κυκλική και ορθογώνια διατομή.

Για μια δοκό κυκλικής διατομής η συνάρτηση  $\Gamma_{circ}(\omega)$  είναι γνωστή από τη βιβλιογραφία και περιγράφεται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
G_{circ}(W) &= 1 + \frac{4iK_1(-i\sqrt{iRe})}{\sqrt{iRe}K_0(-i\sqrt{iRe})} \\
Re &= \frac{rWb^2}{4h}
\end{aligned} \quad (4)$$

όπου  $Re$  είναι ο αριθμός Reynolds, η  $\rho$  το ιξώδες του υγρού μέσου,  $\rho$  η πυκνότητα και οι συναρτήσεις  $K_0, K_1$  είναι τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel τρίτου είδους. Όσον αφορά τη δοκό ορθογώνιας διατομής  $\Gamma_{rect}(\omega)$ , η οποία είναι και το ζητούμενο στη συγκεκριμένη εργασία, ο Sader πρότεινε μια διορθωτική συνάρτηση  $\Omega(\omega)$ , έτσι ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση  $\Gamma_{rect}(\omega) = \Omega(\omega)\Gamma_{circ}(\omega)$ . Η συνάρτηση  $\Omega(\omega)$  είναι μιγαδική και τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό της μέρος είναι άθροισμα πολωνυμικών όρων δυνάμεων του  $\tau$ , όπου  $\tau = \log_{10} Re$ . Αναλυτικές εκφράσεις της συνάρτησης  $\Omega(\omega)$  δίνονται από το Sader (Sader 1998).

Έχοντας καταλήξει πλέον σε μια αναλυτική έκφραση για την υδροδυναμική συνάρτηση  $\Gamma_{rect}(\omega)$ , απομένει να θεμελιωθεί μια μαθηματική έκφραση για την ελαστική σταθερά  $k$ , η οποία θα περιλαμβάνει τις διορθώσεις για τη βαθμονόμηση, λόγω της μετάβασης των ιδιοτήτων της μικροδοκού από τον κενό χώρο στον αέρα. Πιο συγκεκριμένα, η συσχέτιση της συχνότητας

συντονισμού της μικροδοκού στον κενό χώρο  $\omega_{vacuum}$  με τη συχνότητα συντονισμού στο υγρό μέσο (αέρας)  $\omega_{fluid}$  δίνεται από τις σχέσεις (Sader 1999)

$$\omega_{vacuum} = \omega_{fluid} \left(1 + \frac{\pi \rho_{fluid} b}{4 \rho_{cant} h}\right) \text{Re}\{\Gamma(\omega_{fluid})\} \quad (5)$$

$$\rho_{cant} h = \frac{\pi \rho_{fluid} b}{4} \cdot (Q_{fluid}) \cdot \text{Im}\{\Gamma(\omega_{fluid})\} - \text{Re}\{\Gamma(\omega_{fluid})\} \quad (6)$$

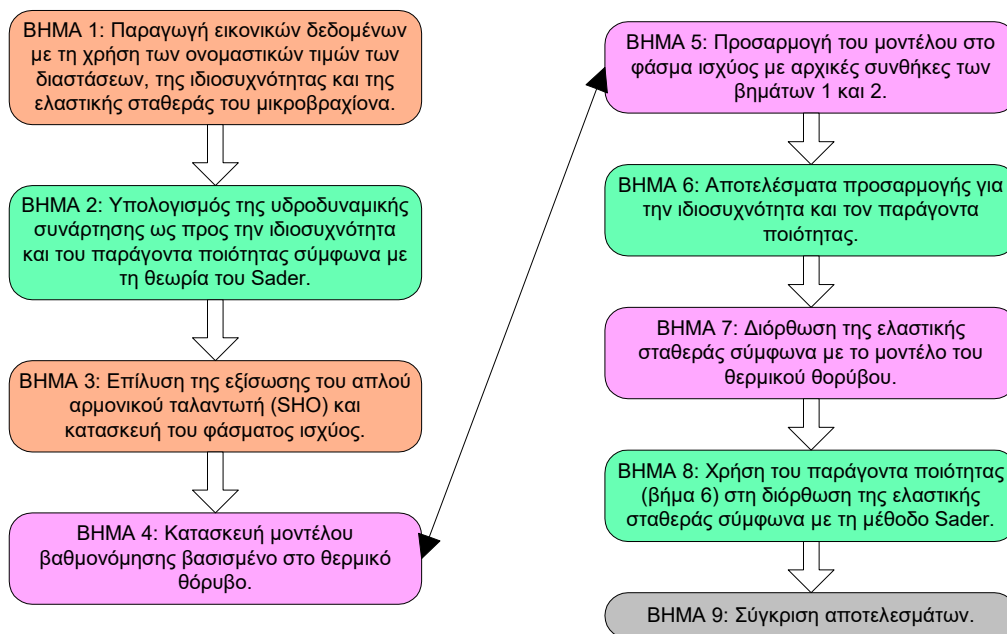
και η τελική έκφραση για την ελαστική σταθερά είναι

$$k = 0.1906 \cdot \rho_{fluid} \cdot b^2 \cdot L \cdot Q_{fluid} \cdot \text{Im}\{\Gamma(\omega_{fluid})\} \cdot \omega_{fluid}^2 \quad (7)$$

### 3. Αποτελέσματα

Η μικροδοκός που θα βαθμονομηθεί είναι μοντέλο RTESPA-CP με κωδικό MPP-11123-10. Το υλικό της είναι πυρίτιο με προσμειξίξεις αντιμονίου n-τύπου και η κάτοψη της είναι καλυμμένη από μια επίστρωση αλουμινίου πάχους  $\sim 50$  nm. Οι διαστάσεις της μικροδοκού είναι: μήκος  $L = 125$   $\mu\text{m}$ , πλάτος  $b = 35$   $\mu\text{m}$  και πάχος  $h = 3.75$   $\mu\text{m}$ . Η εταιρία Bruker δίνει ονομαστικά εύρη τιμών τόσο για τη συχνότητα συντονισμού όσο και για την ελαστική σταθερά της μικροδοκού τα οποία είναι αντίστοιχα  $f_0 = 305\text{-}349$  KHz και  $k = 20\text{-}80$  N/m.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιούμε για να καταλήξουμε στη βαθμονόμηση της ελαστικής σταθεράς της μικροδοκού είναι ο παρακάτω:



Σχήμα 1. Το διάγραμμα ροής που ακολουθούμε για τη βαθμονόμηση

Επιπλέον ανατρέχοντας στη βιβλιογραφία έχουμε για το μέτρο ελαστικότητας Young του πυριτίου  $E = 169.5 \cdot 10^9$  Pa και για την πυκνότητά του,  $\rho = 2330$   $\text{kg/m}^3$ . Η θεωρητική τιμή για την ελαστική σταθερά  $k$  υπολογίζεται από τη σχέση

$$k = \frac{3EI}{L^3} = 40.04 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (8)$$

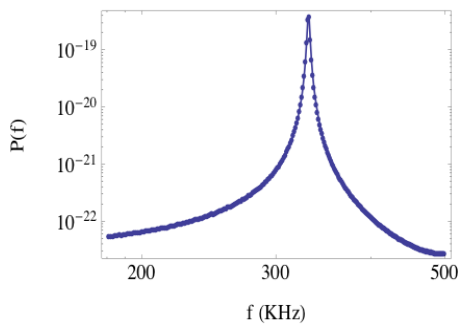
με  $I$  τη ροπή αδράνειας της δοκού. Η θεωρητική τιμή για τη συχνότητα συντονισμού προκύπτει από την εξίσωση

$$f_c = \sqrt{\frac{k}{m_{\text{eff}}}} = 330 \text{ KHz} \quad (9)$$

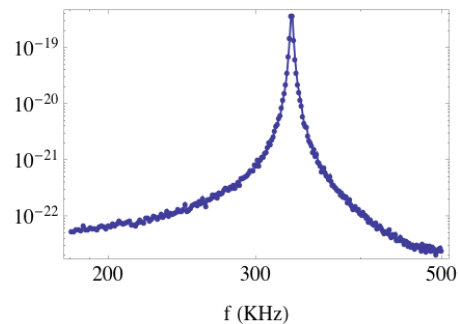
Παρατηρούμε ότι οι τιμές που προκύπτουν από τις εξισώσεις (8) και (9) εμπίπτουν μέσα στα ονομαστικά όρια τιμών που έχουμε αναφέρει. Όσον αφορά στον θεωρητικό παράγοντα ποιότητας  $Q$  θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (10) σύμφωνα με τον Sader:

$$Q = \frac{\frac{4m_{\text{eff}}}{\pi\rho_{\text{fluid}}b^2} + \text{Re}[\Gamma(\omega_c)]}{\text{Im}[\Gamma(\omega_c)]} = 143.494 \quad (10)$$

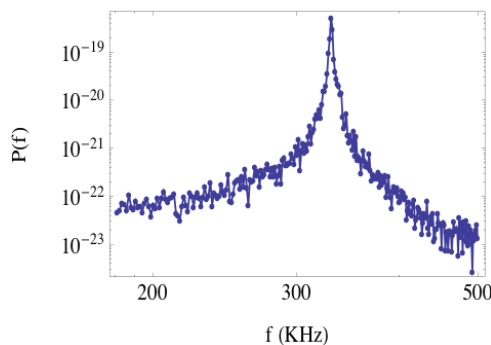
Για την επίλυση της Διαφορικής Εξίσωσης του εξαναγκασμένου αρμονικού ταλαντωτή με τριβή χρειάζεται να προσέξουμε τις αρχικές συνθήκες που θα διαλέξουμε. Σύμφωνα με τον Hutter (Hutter 1993) οι θερμικές ταλαντώσεις της μικροδοκού είναι της τάξεως των μερικών Angstrom στη θερμοκρασία δωματίου οπότε αναμένουμε στο διάγραμμα της μετατόπισης σε σχέση με το χρόνο, μεταβολές σε αυτήν την τάξη μεγέθους. Στα σχήματα που ακολουθούν βλέπουμε τα παραγόμενα φάσματα ισχύος για διαφορετικά επίπεδα θερμικού θορύβου  $F_{\text{thermal}}$  σε λογαριθμική κλίμακα.



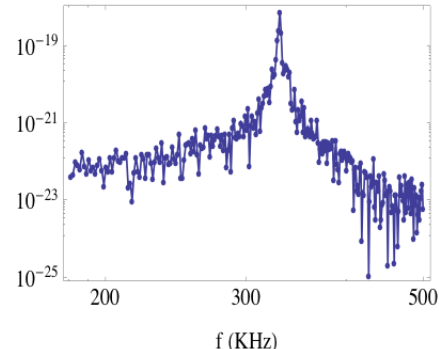
Σχήμα 2. Φάσμα Ισχύος με  $F_{\text{thermal}} = 10^{-8}$



Σχήμα 3. Φάσμα Ισχύος με  $F_{\text{thermal}} = 10^{-7}$



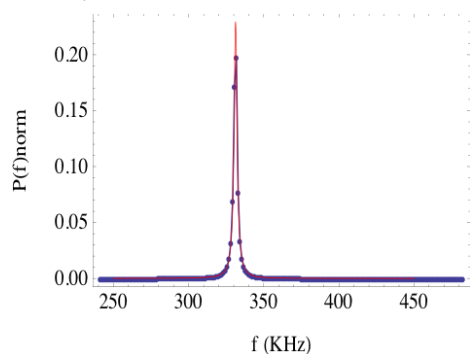
Σχήμα 4. Φάσμα Ισχύος με  $F_{\text{thermal}} = 5 \cdot 10^{-7}$



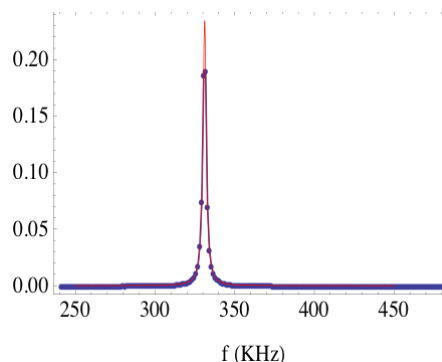
Σχήμα 5. Φάσμα Ισχύος με  $F_{\text{thermal}} = 10^{-6}$

Παρατηρούμε ότι ακόμη και για υψηλό επίπεδο θορύβου η κορυφή που αντιστοιχεί στην ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης της μικροδοκού είναι ξεκάθαρη. Για κάθε επίπεδο θερμικού θορύβου θα ακολουθήσουμε τη διαδικασία της προσαρμογής των αντιστοίχων μοντέλων, που προέκυψαν από την εξίσωση (3), με τα «πειραματικά» φάσματα ισχύος που δημιουργήσαμε παραπάνω. Τα

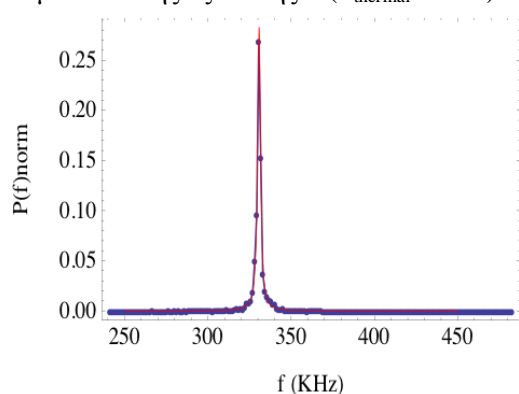
αποτελέσματα της προσαρμογής δίνονται στα παρακάτω σχήματα και στον πίνακα 1 που ακολουθεί:



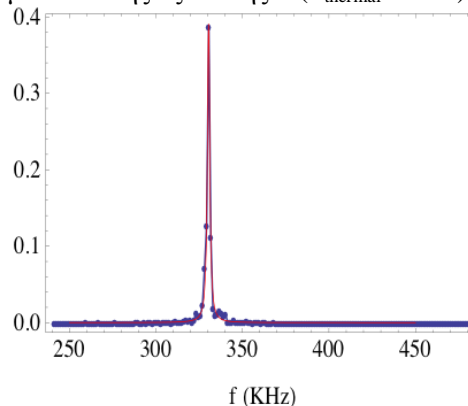
Σχήμα 6. Προσαρμογή πειραματικών δεδομένων (μπλε σημεία) με το υπολογιστικό μοντέλο της εξίσωσης 3 ( $F_{\text{thermal}} = 10^{-8}$ )



Σχήμα 7. Προσαρμογή πειραματικών δεδομένων (μπλε σημεία) με το υπολογιστικό μοντέλο της εξίσωσης 3 ( $F_{\text{thermal}} = 10^{-7}$ )



Σχήμα 8. Προσαρμογή πειραματικών δεδομένων (μπλε σημεία) με το υπολογιστικό μοντέλο της εξίσωσης 3 ( $F_{\text{thermal}} = 5 \cdot 10^{-7}$ )



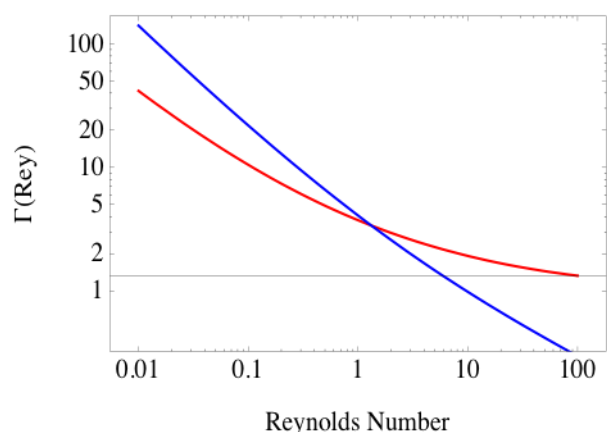
Σχήμα 9. Προσαρμογή πειραματικών δεδομένων (μπλε σημεία) με το υπολογιστικό μοντέλο της εξίσωσης 3 ( $F_{\text{thermal}} = 10^{-6}$ )

Πίνακας 1. Αποτελέσματα προσαρμογής με τη μέθοδο του θερμικού θορύβου

Περίπτωση	$F_{\text{thermal}}$	$f_c$ (KHz)	Q	k (N/m)
1	$10^{-8}$	331.229	134.511	31.9
2	$10^{-7}$	331.13	136.556	31.6565
3	$5 \times 10^{-7}$	330.748	159.973	30.7272
4	$10^{-6}$	330.435	202.989	28.209

Αξίζει να σημειωθεί ότι για μεγάλα επίπεδα θορύβου εμφανίζονται επιπλέον σημεία στο φάσμα ισχύος (βλ. Σχήματα 8-9) με αποτέλεσμα το μοντέλο να οδηγείται σε μια υπερεκτίμηση όσον αφορά στον παράγοντα ποιότητας και ταυτόχρονα μια υποεκτίμηση της ελαστικής σταθεράς.

Έχοντας προσδιορίσει με τη διαδικασία της μη-γραμμικής προσαρμογής τις παραμέτρους  $Q_{\text{air}}$  και  $\omega_{\text{air}}$  και γνωρίζοντας (ή έχοντας μετρήσει με οπτικό μικροσκόπιο) τις ακριβείς διαστάσεις  $b$ ,  $L$  της μικροδοκού εφαρμόζουμε την εξίσωση (7) και υπολογίζουμε την ελαστική σταθερά  $k$ . Η συνάρτηση  $\Gamma(\omega)$  φαίνεται στο σχήμα (10) που ακολουθεί όπου για διάφορους αριθμούς Reynolds έχει υπολογισθεί το πραγματικό (κόκκινη γραμμή) και το φανταστικό μέρος (μπλε γραμμή) της υδροδυναμικής συνάρτησης  $\Gamma(\omega)$ .



Σχήμα 10. Το πραγματικό (κόκκινο) και το φανταστικό (μπλε) μέρος της  $\Gamma(\omega)$

Τα αποτελέσματα και από τις 2 μεθόδους συνοψίζονται στον τελικό πίνακα 2 και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα θεωρητικά. Παρατηρούμε ότι όταν υπολογίζουμε την ελαστική σταθερά λαμβάνοντας υπόψη τις παραμέτρους από τον θερμικό θόρυβο πρέπει πάλι να προσέξουμε το επίπεδο του θορύβου διότι ίσως οδηγηθούμε σε υπερεκτίμηση της ελαστικής σταθεράς με τη μέθοδο Sader. Τέλος στον πίνακα 3 συνοψίζονται οι διαφορές  $\delta\%$  μεταξύ των 2 μεθόδων σύμφωνα με τη σχέση (Cook 2006)

$$\delta = \frac{100(k_{thermal} - k_{Sader})}{0.5(k_{thermal} + k_{Sader})} \quad (11)$$

Πίνακας 2. Συγκριτικά αποτελέσματα των  $f_c$ ,  $Q$ ,  $k$  με τις μεθόδους thermal noise - Sader

Περ.	$F_{thermal}$	$f_c$ (theory)	$Q$ (theory)	$k$ (theory)	$f_c$ (thermal noise t.n.)	$Q$ (thermal noise t.n.)	$k$ (thermal noise t.n.)	$k$ Sader (before t.n.)	$k$ Sader (after t.n.)
1	$10^{-8}$	330	143.494	40.04	331.229	134.511	31.9	31.6437	29.8679
2	$10^{-7}$	330	143.494	40.04	331.13	136.556	31.6565	31.6437	30.3052
3	$5 \cdot 10^{-7}$	330	143.494	40.04	330.748	159.973	30.7272	31.6437	35.4261
4	$10^{-6}$	330	143.494	40.04	330.435	202.989	28.209	31.6437	44.8733

Πίνακας 3. Διαφορές (%) στη σταθερά  $k$  μεταξύ των στηλών 8 και 10 του πίνακα 2

Περίπτωση	$\delta$ (%)
1	<b>6.58</b>
2	<b>4.36</b>
3	<b>-14.20</b>
4	<b>-45.60</b>

### Συμπεράσματα

Ο κύριος σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η παρουσίαση και η συγκριτική μελέτη δύο πολύ δημοφιλών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στη μετρολογία των μηχανικών μεγεθών για τη βαθμονόμηση της ελαστικής σταθεράς  $k$  της μικροδοκού του Ατομικού Μικροσκοπίου. Με τη μέθοδο του θερμικού θορύβου κατασκευάστηκε ένα μαθηματικό μοντέλο με τη βοήθεια του οποίου προσδιορίστηκαν η συχνότητα συντονισμού  $f_c$  και ο παράγοντας ποιότητας του συντονισμού  $Q$ . Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν οι παράμετροι για τον υπολογισμό της ελαστικής σταθεράς τόσο με τη μέθοδο του θερμικού θορύβου όσο και με τη μέθοδο Sader. Τα

Γεωργακάκη Δ., Μήτσας Χ., Σαπαλίδης Α., Πολάτογλου Χ., Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
 ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΙΑΚΡΙΒΩΣΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ ΕΝΟΣ AFM  
 CANTILEVER ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ

4<sup>ο</sup> Τακτικό Εθνικό Συνέδριο Μετρολογίας

Πολυτεχνειούπολη Ζωγράφου

Αθήνα, 3-4 Φεβρουαρίου 2012



αποτελέσματα συγκρίθηκαν τόσο μεταξύ τους όσο και με την τιμή που προβλέπει η θεωρία. Βρέθηκε ότι αν δεν επιλέξουμε κατάλληλη τιμή για την ένταση του θερμικού θορύβου θα οδηγηθούμε σε υπερεκτίμηση είτε σε υποεκτίμηση της σταθεράς  $k$ . Σε κάθε άλλη περίπτωση οι 2 μέθοδοι καταλήγουν σε συναφή αποτελέσματα.

### **Ευχαριστίες**

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

### **Αναφορές**

Choi J.L. and Gethin D.T., “*Simulation of atomic force microscopy operation via three-dimensional finite element modeling*”, Nanotechnology, 20, 14pp, 2009

Cleveland J.P. and Manne S., “*A nondestructive method for determining the spring constant of cantilevers for scanning force microscopy*”, Rev. Sci. Instrum., 64 (2), p.p. 403-405, 1993

Cook S.M. et al., “*Practical implementation of dynamic methods for measuring atomic force microscope cantilever spring constants*”, Nanotechnology, 17, p.p. 2135-2145, 2006

Hutter J.L. and Bechhoefer J., “*Calibration of atomic-force microscope tips*”, Rev. Sci. Instrum., 64 (7), p.p. 1868-1873, 1993

Kim M.-S. et al, “*Accurate determination of spring constant of atomic force microscope cantilevers and comparison with other methods*”, Measurement, 43, p.p. 520-526, 2010

Mironov V.L., “*Fundamentals of Scanning Probe Microscopy*”, 2004, Nizhniy Novgorod

Neumeister J. M. and Ducker W. A., “*Lateral, normal, and longitudinal spring constants of atomic force microscopy cantilevers*”, Rev. Sci. Instrum., 65 (8), p.p. 2527-2531, 1994

Palacio M.L. and Bhushan B., “*Normal and Lateral Force Calibration Techniques for AFM Cantilevers*”, Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences, 35, 73-104, 2010

Sader J.E. et al, “*Method for the calibration of atomic force microscope cantilevers*”, Rev. Sci. Instrum., 66 (7), p.p. 3789-3798, 1995

Sader J.E., “*Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope*”, Journal of Applied Physics, 84 (1), p.p. 64-73, 1998

Sader J.E., “*Calibration of rectangular atomic force microscope cantilevers*”, Review of scientific instruments, 70 (10), p.p. 3967-3969, 1999

Sarid D., *Exploring Scanning Probe Microscopy with Mathematica*, 2007, Wiley