

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΑΚΡΙΒΩΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΑΕΡΙΟΧΡΩΜΑΤΟΓΡΑΦΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΦΩΝ ΔΙΑΚΡΙΒΩΤΙΚΩΝ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΩΝ

Δρ. Αλκιβιάδης Αλεξ. Γούσης
Διευθυντής Ποιότητας & Ανάπτυξης
Autovision-Sakar A.E.

Εισαγωγικά

Σύμφωνα με την Σύσταση ΟΙΜΛ R99:2008 του Διεθνούς Οργανισμού της εκ του Νόμου Μετρολογίας (*Legal Metrology*) αλλά και με το ταυτόσημο Πρότυπο ISO 3930:2008, η διακρίβωση του αναλυτού καυσαερίων βενζινοκινήτων οχημάτων ως προς τα αέρια $[CO]$ $[CO_2]$ και $[C_3H_8]$ διεξάγεται δια της χρήσης τριών φιαλών, μιάς εκάστης περιεχούσης μίγμα αυτών των αερίων, διαφορετικών όμως συγκεντρώσεων για ένα έκαστον εξ' αυτών.

Η διακρίβωση αεριοχρωματογράφου δια της κατασκευής των διακριβωτικών καμπυλών ενός εκάστου των ως άνω τριών αερίων, αποτελεί ένα **παράδειγμα-τύπο** κατασκευής της βέλτιστης διακριβωτικής καμπύλης αυτού του μετρητικού οργάνου.

Διαδικασία

Παραθέτουμε κατωτέρω τις διάφορες φάσεις κατασκευής αυτής της διακριβωτικής καμπύλης :

- 1) εκτέλεση επαναλαμβανομένων μετρήσεων μιάς εκάστης των επιλεγισών διακριβωθισών διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , για ένα έκαστο αέριο.
- 2) διερεύνηση της στατιστικής ομοιογένειας των μεταβλητικότητων, σ_i^2 , των αποκρίσεων, y_i , του αεριοχρωματογράφου, μεταξύ των διαφόρων ομάδων των επαναληφθεισών μετρήσεων μιάς εκάστης των διακριβωθισών διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , για ένα έκαστο αέριο.
- 3) επιλογή του τελικού ζεύγους $[x_i, y_i]$, βάσει του συμπεράσματος της φάσης (2).
- 4) διερεύνηση με βάση συγκεκριμένα στατιστικά κριτήρια για την επιλογή του βέλτιστου μαθηματικού μοντέλου.
- 5) εφαρμογή του ενδεδειγμένου λογισμικού για τον υπολογισμό των βέλτιστων εκτιμητών των παραμέτρων του επιλεγέντος μαθηματικού μοντέλου, γραμμικού ή

μη γραμμικού ως προς τις παραμέτρους του, καθώς και για τον υπολογισμό και άλλων συναφών στατιστικών μεγεθών.

6) επίλυση του επιλεγέντος μοντέλου ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή, x_i .

7) αναλυτικός υπολογισμός των μερικών πρώτων παραγώγων της ανεξάρτητης μεταβλητής, x_i , ως προς έναν έκαστον των βέλτιστων εκτιμητών των παραμέτρων του επιλεγέντος μαθηματικού μοντέλου και ως προς την εξηρημένη μεταβλητή, y_i .

8) κατάστρωση της σχέσης της σύνθετης διακριβωτικής αβεβαιότητας και αριθμητικός υπολογισμός αυτής.

Οι από το Πρότυπο ISO 3930:2008 συνιστώμενες περιοχές συγκέντρωσης ενός εκάστου αερίου για την διακρίβωση του αναλυτή καυσαερίων, είναι οι ακόλουθες :

[CO] : (0.5 – 5) % vol.

[CO₂] : (4 – 16) % vol.

[C₃H₈] : (200 – 4000) ppm vol.


Ένας εκ των βασικών κανόνων της μοντελοποίησης, **γραμμικής τε και μη γραμμικής ως προς τις παραμέτρους των μαθηματικών μοντέλων** τα οποία θα εξετασθούν κατά την διερεύνηση της επιλογής του βέλτιστου εξ' αυτών για τον υπολογισμό της διακριβωτικής καμπύλης ενός εκάστου των τριών αερίων, είναι ότι ο αριθμός, M , των διακριβωθείσων διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για την υπολογισμό της, θα πρέπει να ικανοποιεί την σχέση

$$M \sim N + 2$$

όπου N είναι ο αριθμός των προς βελτιστοποίηση παραμέτρων του μαθηματικού μοντέλου.

Όπως ελέγχθη και ανωτέρω, μία επί πλέον στατιστική απαίτηση της διαδικασίας μοντελοποίησης είναι ότι εκάστη των διακριβωθείσων διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , θα πρέπει να επαναλαμβάνεται ούτως ώστε να καταστεί δυνατός ο υπολογισμός της μεταβλητικότητας, $\sigma_{y_i}^2$, της αντιστοιχούσας απόκρισης, y_i , του αεριοχρωματογράφου.

Εις την περίπτωση της διακρίβωσης του συγκεκριμένου αεριοχρωματογράφου ως προς ένα έκαστον των 3 αερίων, χρησιμοποιήθηκαν :

 **5 διακριβωθείσες διακριβωτικές συγκεντρώσεις, x_i , για ένα έκαστον των αερίων [CO] και [CO₂]**

6 διακριβωθείσες διακριβωτικές συγκεντρώσεις, x_i , για το αέριο $[C_3H_8]$

Εκάστη των διακριβωθείσων διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , για ένα έκαστον των τριών αερίων επανελήφθη δεκάκις.

Η στατιστική επεξεργασία των ληφθεισών πρωτογενών μετρήσεων για ένα έκαστον των τριών αερίων, $[CO]$, $[CO_2]$ και $[C_3H_8]$, και για μία έκαστη των διακριβωθείσων διακριβωτικών συγκεντρώσεων αυτών, κατέδειξε δια της εφαρμογής της κατά *Bartlett* δοκιμής, ότι, **για το σύνολο των τριών αερίων**, οι αντιστοιχούσες μεταβλητικότητες, $\sigma_{y_i}^2$, των μετρηθεισών αποκρίσεων, y_i , του υπό διακρίβωση αεριοχρωματογράφου εντός μιάς έκαστης αυτών των συγκεντρώσεων, **παρουσιάζουν, από στατιστικής απόψεως, σημαντικές διαφορές ως προς την ομοιογένεια αυτών.**

Από θεωρητικής απόψεως υπήρχαν οι ακόλουθες δυνατότητες για την κατασκευή των διακριβωτικών καμπυλών ενός έκαστου αερίου, ήτοι :

- 1) 5 ζεύγη (\bar{x}_k, \bar{y}_k) για τα αέρια $[CO]$ και $[CO_2]$, **χωρίς στάθμιση**
- 2) 5 ζεύγη (\bar{x}_k, \bar{y}_k) για τα αέρια $[CO]$ και $[CO_2]$, **με στάθμιση**
- 3) 39 πρωτογενή ζεύγη (x_k, y_k) για το αέριο $[CO]$ και 33 πρωτογενή ζεύγη (x_k, y_k) για το αέριο $[CO_2]$, **χωρίς στάθμιση**
- 4) 6 ζεύγη (\bar{x}_k, \bar{y}_k) για το αέριο $[C_3H_8]$, **χωρίς στάθμιση**
- 5) 6 ζεύγη (\bar{x}_k, \bar{y}_k) για το αέριο $[C_3H_8]$, **με στάθμιση**
- 6) 43 πρωτογενή ζεύγη (x_k, y_k) για το αέριο $[C_3H_8]$, **χωρίς στάθμιση**

όπου (\bar{x}_k, \bar{y}_k) είναι οι μέσοι όροι των πρωτογενών μετρήσεων x_k και y_k .

Η ανωτέρω σημαντική διαπίστωση περί **ανομοιογένειας** των μεταβλητικότητων, $\sigma_{y_i}^2$, μας υποχρεώνει να επιλέξουμε, με βάση συναφή στατιστικά κριτήρια, την περίπτωση **2)** για τα αέρια $[CO]$ και $[CO_2]$ και την περίπτωση **5)** για το αέριο $[C_3H_8]$.

Η επακόλουθη διερεύνηση της μοντελοποίησης των ληφθέντων αριθμητικών αποτελεσμάτων, ήτοι της σχέσης

$$\text{Απόκριση οργάνου} = f(\text{Περιεκτικότητα})$$

κατέδειξε ότι το βέλτιστο μαθηματικό μοντέλο είναι το **μη γραμμικό ως προς τις παραμέτρους του :**

$$\text{Απόκριση} = a * \text{Περιεκτικότητα}^b \quad (1)$$

ήτοι

$$y = a * x^b \quad (2)$$

Εκτός των διαδοχικών επαναληφθεισών μετρήσεων των διακριβωθείσών διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i , δια των οποίων υπολογίσθηκαν οι πρότυπες αποκλίσεις, $s_{y_i}^2$, (*standard deviations*) των αποκρίσεων, y_i , του αεριοχρωματογράφου, οι πρότυπες διακριβωτικές συγκεντρώσεις, x_i , για ένα έκαστο των τριών αερίων, χαρακτηρίζονται επίσης από αντίστοιχες αβεβαιότητες, u_{x_i} , παρατιθέμενες εις τα αντίστοιχα πιστοποιητικά διακρίβωσης, εκδοθέντα από διαπιστευμένο διακριβωτικό εργαστήριο.

Συνοψίζοντας εις το σημείο αυτό διαπιστώνουμε ότι τόσοι οι ανεξάρτητες μεταβλητές, x_i , όσοι και οι εξηρημένες μεταβλητές, y_i , του βέλτιστου μαθηματικού μοντέλου (2) χαρακτηρίζονται από τις αντίστοιχες αβεβαιότητές τους, u_{x_i} και u_{y_i} .

Η επιλεγείσα λόγω της ανομοιογένειας των μεταβλητικότητων, $\sigma_{y_i}^2$, και εφαρμοσθείσα, **αριθμητικώς ευσταθής, μέθοδος μη γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων**, επιτρέπει την εισαγωγή **σταθμών** (*weights*) τόσοι για τις διακριβωθείσες διακριβωτικές συγκεντρώσεις, x_i , όσοι και για τις ληφθείσες αντιστοιχούσες αποκρίσεις, y_i , του αεριοχρωματογράφου.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί ως κριτήριο βέλτιστης συμμεταβολής την **Κατανομή χ^2** , παρέχει δε επίσης και την μήτρα "**Μεταβλητικότητας-Συμμεταβλητικότητας**" (*Variance-Covariance matrix*), η οποία δίδει τις αριθμητικές τιμές των **μεταβλητικότητων** (*variances*) σ_a^2 και σ_b^2 των εκτιμητών \hat{a} και \hat{b} των παραμέτρων **a** και **b** της σχέσης (2), αντιστοίχως, καθώς και την **συμμεταβλητικότητα** $\sigma_{\hat{a},\hat{b}} = \sigma_{\hat{b},\hat{a}}$ αυτών των παραμέτρων.

Εις το σημείο αυτό υπενθυμίζουμε ότι η **συμμεταβλητικότητα** (*covariance*) των παραμέτρων αποτελεί ένα εξαιρετικώς σημαντικό κριτήριο συσχετισμού αυτών και κατά συνέπεια της αξιοπιστίας και του ορθού της επιλογής του εκάστοτε εφαρμοζομένου μαθηματικού μοντέλου.

Βάσει των ληφθέντων αριθμητικών αποτελεσμάτων, η βέλτιστη διακριβωτική καμπύλη για ένα έκαστο αέριο σύμφωνα με την σχέση (2) έχει ως ακολούθως :

$$y_{\text{CO}} = 15406.7 * x_{\text{CO}}^{0.9746}$$

$$y_{\text{CO}_2} = 7899.2 * x_{\text{CO}_2}^{0.9780}$$

$$y_{\text{C}_3\text{H}_8} = 1927.4 * x_{\text{C}_3\text{H}_8}^{0.9987}$$

ενώ τα ληφθέντα αποτελέσματα παρατίθενται συνοπτικά εις τον Πίνακα 1.

Πίνακας 1

Αέριο	\hat{a}	$\sigma_{\hat{a}}$	\hat{b}	$\sigma_{\hat{b}}$	$\sigma_{\hat{a},\hat{b}}$
[CO] % vol.	15406.7	$2.2864 * 10^2$	0.9746	$1.0458 * 10^{-2}$	-2.3075
[CO ₂] % vol.	7899.2	$8.3104 * 10^1$	0.9780	$3.9124 * 10^{-3}$	$-3.1993 * 10^{-1}$
[C ₃ H ₈] ppm vol.	1927.4	$1.6371 * 10^1$	0.9987	$1.2361 * 10^{-3}$	$-1.9562 * 10^{-2}$

Ο Πίνακας 2 περιέχει την μήτρα “Μεταβλητικότητας-Συμμεταβλητικότητας” για ένα έκαστο των τριών αερίων.

Πίνακας 2

Αέριο		
[CO] % vol.	$5.2278 * 10^4$	-2.3075
	-2.3075	$1.0938 * 10^{-4}$
[CO ₂] % vol.	$6.9063 * 10^3$	$-3.1993 * 10^{-1}$
	$-3.1993 * 10^{-1}$	$1.5307 * 10^{-5}$
[C ₃ H ₈] ppm vol.	$2.6804 * 10^2$	$-1.9562 * 10^{-2}$
	$-1.9562 * 10^{-2}$	$1.5281 * 10^{-6}$

Δοθέντος ότι ενδιαφερόμεθα για τον υπολογισμό της αβεβαιότητας της συναφούς με την εκ της διακριβωτικής καμπύλης υπολογιζόμενη συγκέντρωση ενός έκαστου αερίου, προς τον σκοπό αυτόν ακολουθούμε την ακόλουθη διαδικασία.

Επιλύουμε κατ' αρχήν την σχέση (2) ως προς την περιεκτικότητα, x , ήτοι :

$$x = \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (3)$$

Η αβεβαιότητα ως προς την συγκέντρωση, x , ενός εκάστου αερίου δύναται να υπολογισθεί δια της χρήσης των μερικών παραγώγων του x ως προς a , b και y και της επακόλουθης εφαρμογής του τύπου της μετάδοσης των σφαλμάτων :

$$u_x^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial a} * \sigma_a \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial b} * \sigma_b \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial y} * \sigma_y \right)^2 \quad (4)$$

Αναλυτικώτερα έχουμε :

$$\frac{\partial x}{\partial a} = - \frac{1}{a * b} * \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (5)$$

$$\frac{\partial x}{\partial b} = - \frac{1}{b^2} * \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{1}{b}} * \text{Ln} \left(\frac{y}{a} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{1}{a * b} * \left(\frac{y}{a} \right)^{\frac{1-b}{b}} \quad (7)$$

Υπενθυμίζουμε ότι $\sigma_y = s_{y/x}$, όπου $s_{y/x}$ είναι η πρότυπη απόκλιση (*standard deviation*) η συναφής με την διασπορά των πειραματικών τιμών των τεταγμένων, y_i , περί το βέλτιστο μη γραμμικό μοντέλο.

Σύμφωνα με την συναφή βιβλιογραφία, οι πρώτες δύο συνιστώσες υπολογίζονται μέσω της μήτρας Μεταβλητικότητας-Συμμεταβλητικότητας των παραμέτρων του χρησιμοποιηθέντος βέλτιστου μαθηματικού μοντέλου (2) ενώ η τρίτη συνιστώσα υπολογίζεται ανεξαρτήτως ως έχει.

Από τις σχέσεις (5), (6) και (7) διαπιστώνεται ότι η συνολική αβεβαιότητα, u_x^2 , είναι συνάρτηση των εμβαδών, y_i .

Εις τον Πίνακα 3 παρατίθενται οι από το διαπιστευμένο διακριβωτικό εργαστήριο διακριβωθείσες συγκεντρώσεις, x_i , ενός εκάστου των τριών αερίων οι περιεχόμενες εις μία εκάστη των τριών φιαλών οι οποίες χρησιμοποιούνται για την διακρίβωση του αναλυτού καυσαερίων ενός Κέντρου Επαναλαμβανομένου Τεχνικού Ελέγχου Οχημάτων σύμφωνα με το Πρότυπο ISO 3930:2008, καθώς και οι αντιστοιχούσες αποκρίσεις, y_i , σε αυθαίρετες μονάδες εμβαδού, οι υπολογιζόμενες δι' αντικατάστασης εις το βέλτιστο μοντέλο (2) των διακριβωθείσων συγκεντρώσεων, x_i , καθώς και των τιμών των βέλτιστων εκτιμητών \hat{a} και \hat{b} των παραμέτρων a και b του μοντέλου (2) των παρατιθεμένων εις τον Πίνακα 1.

Πίνακας 3

[CO]		[CO ₂]		[C ₃ H ₈]	
x _i (% vol.)	y _i	x _i (% vol.)	y _i	x _i (ppm vol.)	y _i
1.2038	18459	5.4951	41810	383.5	733379
2.5264	38018	10.0410	75391	2100.4	4007627
4.9154	72728	14.6190	108861	3266	6227985

Με σκοπό τον υπολογισμό των αβεβαιοτήτων των οφειλομένων στην βέλτιστη διακριβωτική καμπύλη για μία εκάστη των εις τον Πίνακα 3 παρατιθεμένων διακριβωθείσων συγκεντρώσεων ενός εκάστου αερίου, ενεργούμε ως ακολούθως :

Λαμβάνουμε ως αντιπροσωπευτικό παράδειγμα την από το διαπιστευμένο διακριβωτικό εργαστήριο διακριβωθείσα περιεκτικότητα σε [CO], x₀ = 1.2038 (% vol.) εις την οποία αντιστοιχεί η εις τον Πίνακα 3 υπολογισθείσα απόκριση y₀ = 18459 του αεριοχρωματογράφου.

Η μεταβλητικότητα η συναφής με την ως άνω διακριβωθείσα περιεκτικότητα σε [CO] η οφειλομένη εις την διακριβωτική καμπύλη του αναλυτού καυσαερίων δίδεται από τον ακόλουθο τύπο :

$$\sigma_{x_0}^2 = \left(\frac{\partial x_0}{\partial y_0} \sigma_{y_0} \right)^2 + \mathbf{d}_{x_0}^T \mathbf{V} \mathbf{d}_{x_0} \quad (8)$$

όπου :

$$\mathbf{d}_{x_0} = \left\{ \frac{\partial x_0}{\partial \hat{\mathbf{a}}}, \frac{\partial x_0}{\partial \hat{\mathbf{b}}} \right\} \text{ είναι το άνυσμα των μερικών παραγώγων βάσει των (5) και (6),}$$

$\mathbf{d}_{x_0}^T$ είναι το ανάστροφο του ανύσματος \mathbf{d}_{x_0} , και

\mathbf{V} είναι η μήτρα Μεταβλητικότητας-Συμμεταβλητικότητας βάσει του Πίνακα 2

Οι εκ της σχέσης (8) υπολογισθείσες αριθμητικές τιμές των απολύτων διακριβωτικών αβεβαιοτήτων, $\mathbf{u}_{x_{0i}}$, των οφειλομένων στην βέλτιστη διακριβωτική καμπύλη για μία εκάστη των διακριβωθείσων διακριβωτικών συγκεντρώσεων, x_i, ενός εκάστου συνιστώντος αερίου περιεχομένου εις ένα έκαστον των τριών αερίων μιγμάτων, παρατίθενται εις τον πίνακα 4.

Πίνακας 4

[CO]	[CO ₂]	[C ₃ H ₈]
------	--------------------	----------------------------------

x_{0i} (% vol.)	$u_{x_{0i}}$ (% vol.)	x_{0i} (% vol.)	$u_{x_{0i}}$ (% vol.)	x_{0i} (ppm vol.)	$u_{x_{0i}}$ (ppm vol.)
1.2038	$\pm 1.60 * 10^{-2}$	5.4951	$\pm 2.32 * 10^{-2}$	383.5	± 0.9
2.5264	$\pm 1.60 * 10^{-2}$	10.0410	$\pm 2.35 * 10^{-2}$	2100.4	± 5.2
4.9154	$\pm 2.30 * 10^{-2}$	14.6190	$\pm 2.81 * 10^{-2}$	3266	± 9.0

Εις τις ως άνω υπολογισθείσες απόλυτες διακριβωτικές αβεβαιότητες πρέπει να προστεθούν και οι συνιστώσες της αβεβαιότητας οι οφειλόμενες εις τις διακριτικότητες, δ_{CO} , δ_{CO_2} και $\delta_{C_3H_8}$ του αναλυτή καυσαερίων, για ένα έκαστο των τριών αερίων.

Οι διακριτικότητες είναι οι ακόλουθες :

$$\delta_{CO} = 0.01 \% \text{ vol.}$$

$$\delta_{CO_2} = 0.1 \% \text{ vol.}$$

$$\delta_{C_3H_8} = 1 \text{ ppm vol.}$$

Με την παραδοχή της Ορθογώνιας Κατανομής, οι συναφείς αβεβαιότητες υπολογίζονται ως :

$$u_{\delta_{CO}} = \pm \frac{0.01}{2 * \sqrt{3}} = \pm 29 * 10^{-4} (\% \text{ vol.})$$

$$u_{\delta_{CO_2}} = \pm \frac{0.1}{2 * \sqrt{3}} = \pm 29 * 10^{-3} (\% \text{ vol.})$$

$$u_{\delta_{C_3H_8}} = \pm \frac{1}{2 * \sqrt{3}} = \pm 29 * 10^{-2} (\text{ppm vol.})$$

Κατά συνέπεια, η **σύνθετη απόλυτη διακριβωτική αβεβαιότητα**, $u_{x_{i,composite}}$, είναι πλέον δυνατόν να υπολογισθεί σύμφωνα με τον κλασικό τρόπο για μία εκάστη των συγκεντρώσεων, u_{x_i} , των παρατιθεμένων εις τον Πίνακα 4.

Τα ληφθέντα τελικά αποτελέσματα παρατίθενται εις τον Πίνακα 5.

Πίνακας 5

[CO]		[CO ₂]		[C ₃ H ₈]	
x_{0i} (% vol.)	$u_{x_{0i, composite}}$ (% vol.)	x_{0i} (% vol.)	$u_{x_{0i, composite}}$ (% vol.)	x_{0i} (ppm vol.)	$u_{x_{0i, composite}}$ (ppm vol.)

1.2038	$\pm 1.60 * 10^{-2}$	5.4951	$\pm 2.32 * 10^{-2}$	383.5	± 0.9
2.5264	$\pm 1.60 * 10^{-2}$	10.0410	$\pm 2.35 * 10^{-2}$	2100.4	± 5.2
4.9154	$\pm 2.30 * 10^{-2}$	14.6190	$\pm 2.81 * 10^{-2}$	3266	± 9.0

Δια της συγκρίσεως των Πινάκων 4 και 5 αποδεικνύεται ότι η συνιστώσα της διακριβωτικής αβεβαιότητας η οφειλομένη εις την διακριτικότητα του αναλυτού καυσαερίων ως προς ένα έκαστον των συνιστώντων αερίων των τριών αερίων μιγμάτων, ουδόλως επηρεάζει την εις τον Πίνακα 4 υπολογισθείσα και παρατιθεμένη διακριβωτική αβεβαιότητα.

Επίλογος

Η συγκεκριμένη εργασία είχε ως σκοπό την αναλυτική και διεξοδική παρουσίαση της ακολουθητέας, από στατιστικής πλευράς, διαδικασίας κατασκευής της βέλτιστης διακριβωτικής καμπύλης στην περίπτωση αεριοχρωματογράφου.

Η διαδικασία αυτή, αν και σχετικώς συνεπτυγμένη για ευνοήτους λόγους εις ό,τι αφορά την παρουσίασή της, περιλαμβάνει ωρισμένες ενδιάμεσες φάσεις οι οποίες χρήζουν βαθείας γνώσης των κριτηρίων επιλογής του βέλτιστου μαθηματικού μοντέλου, των εννοιών περί “γραμμικού” και “μη γραμμικού” μαθηματικού μοντέλου καθώς επίσης και της στατιστικής μεθοδολογίας υπολογισμού των συνολικών αβεβαιοτήτων.

Η προσωπική εμπειρία του συγγραφέα οδηγεί, σχετικώς αβίαστα, προς την υιοθέτηση της άποψης ότι υπάρχει σημαντικώτατη σύγχυση τόσο μεταξύ των ασχολουμένων με την “παραμετροποίηση” όσον και μεταξύ πολυπληθών συγγραμμάτων αλλά και άρθρων περί τα ανωτέρω θέματα.

Για τον λόγο αυτόν επίκειται η δημοσίευση εργασίας δια της οποίας θα επιχειρηθεί μία “έντιμη” προσπάθεια αποσαφήνισης όλων των ανωτέρω θεμάτων, τόσο θεωρητικά όσον και δι’ επιλεγμένων παραδειγμάτων.

Βιβλιογραφία

- D.M. Bates, D.G. Watts, “Nonlinear Regression Analysis and its Applications”, J. Wiley and Sons, New York, (1988)
- D.A. Ratkowski, “Nonlinear Regression Modeling : A unified Practical Approach”, Marcel Dekker, New York, (1983)
- J.E. Dennis Jr., R.B. Schnabel, “Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations”, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, (1983)

- J.R. MacDonald, W.J. Thomson, "Least Squares Fitting when both variables contain errors : Pitfalls and possibilities", Am. J. of Physics, vol. 69(1), pp. 66-73, (1992)
- S. Van Huffel, P. Lemmerling, "Total Least Squares and errors-in variables", Kluwer Academic Publishers, (2002)
- Jan Mamczur, LSM code, Personal communication, (2009)