

ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΥΓΡΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΥΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΣΕ ΨΥΧΡΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Γ.ΠΑΝΑΡΑΣ, Ε.ΜΑΘΙΟΥΛΑΚΗΣ, Β. ΜΠΕΛΕΣΙΩΤΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΗΛΙΑΚΩΝ & ΑΛΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΕΚΕΦΕ ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ, 15310, ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ ΑΤΤΙΚΗΣ

e-mail: petpan@ipta.demokritos.gr

Περίληψη

Η ποσότητα του υδρατμού στον αέρα (υγρασία) είναι ένα μέγεθος που εισέρχεται σε πολλές εφαρμογές, αναφέροντας χαρακτηριστικά εφαρμογές κλιματισμού, ξήρανσης σε βιομηχανικό περιβάλλον, ξήρανσης τροφίμων καθώς και συγκεκριμένες μετρολογικές εφαρμογές. Κοινή συνισταμένη των παραπάνω περιπτώσεων είναι η απαίτηση σε υψηλής ποιότητας μετρολογική πληροφορία.

Η πληροφορία που σχετίζεται με την υγρασία του αέρα μπορεί να δοθεί μέσω διαφόρων μεγεθών, όπως απόλυτη υγρασία, σχετική υγρασία, θερμοκρασία σημείου δρόσου ή θερμοκρασία υγρού βολβού. Πολύ συχνά το μέγεθος που ενδιαφέρει το χρήστη δεν είναι αυτό που μετράται άμεσα με τη βοήθεια της μετρητικής διάταξης (πρωτογενές μέγεθος), αλλά υπολογίζεται έμμεσα με χρήση κατάλληλων σχέσεων (δευτερογενές μέγεθος). Οι σχέσεις αυτές συνιστούν ένα μοντέλο μέτρησης και είναι διαθέσιμες είτε ως αναλυτικές συναρτήσεις είτε, συνηθέστερα, υπό τη μορφή διαγραμμάτων (ψυχρομετρικός χάρτης).

Αυτό που ενδιαφέρει στην πράξη είναι η εκτίμηση της ποιότητας του τελικού αποτελέσματος, όταν είναι γνωστή η ποιότητα του ή των απευθείας μετρούμενων μεγεθών, ειδικότερα όταν πρόκειται για μετρολογικές εφαρμογές (π.χ. διακρίβωση υγραμέτρων). Πρόκειται για μια τυπική περίπτωση διάχυσης σφαλμάτων σε πολύ-παραμετρικά μοντέλα μέτρησης με δυνατότητα αξιοποίησης τόσο στην τρέχουσα εργαστηριακή πρακτική, όσο και στην βελτιστοποίηση του σχεδιασμού πειραματικών εγκαταστάσεων.

Η παρούσα εργασία επιχειρεί να αναλύσει και ποσοτικοποιήσει τις πηγές αβεβαιότητας στην εκτίμηση της υγρασίας μέσω κάποιου δευτερογενούς μεγέθους, εστιάζοντας στην περίπτωση εκτίμησης της σχετικής και απόλυτης υγρασίας από τη μέτρηση των τιμών θερμοκρασίας ξηρού βολβού και σημείου δρόσου, η οποία αποτελεί την πιο αξιόπιστη μέτρηση υγρασίας. Περαιτέρω διερευνά την εναλλαξιμότητα στη χρήση των ισοδύναμων μεγεθών υγρασίας, συνυπολογίζοντας την επίδραση της αξιοπιστίας της μέτρησης και των χρησιμοποιούμενων ψυχρομετρικών σχέσεων.

Λέξεις κλειδιά : ψυχρομετρία, αβεβαιότητα

Σύμβολα

f : διορθωτικός συντελεστής (*enhancement factor*) [-]

M : ποσότητα μάζας

- p : πίεση [pa]
 p_{ws} : τάση ατμών σε κορεσμένη κατάσταση [pa]
 RH : σχετική υγρασία
 T : θερμοκρασία [$^{\circ}C$]
 u : τυπική αβεβαιότητα
 U : διευρυμένη αβεβαιότητα
 w : απόλυτη υγρασία (g vapor/kg dry air)
 x : γραμμομοριακός λόγος (mole fraction) [-]

δείκτες

- d : σημείο δρόσου
 r : σχετική αβεβαιότητα
 w : vapor
 ws : saturated vapor state

1. Εισαγωγή

Η υγρασία του αέρα συνιστά σημαντική παράμετρο για μεγάλο αριθμό φυσικών διεργασιών, είτε άμεσα λόγω του ενδιαφέροντος για την ποσότητα του περιεχόμενου υδρατμού, είτε έμμεσα λόγω της επίδρασης που εξασκεί σε άλλα πρωτογενή μεγέθη. Ως χαρακτηριστικά παραδείγματα μπορούν να αναφερθούν οι εφαρμογές κλιματισμού, η μετεωρολογία, η ξήρανση σε βιομηχανικό περιβάλλον, οι συνθήκες συντήρησης προϊόντων, οι χώροι ελεγχόμενων συνθηκών υγιεινής ή ακόμα η εκτέλεση δοκιμών σε συγκεκριμένο εύρος συνθηκών περιβάλλοντος. Κοινή συνισταμένη των διεργασιών αυτών είναι η απαίτηση για καθορισμένη στάθμη ποιότητας της μετρολογικής πληροφορίας.

Η ιδιαιτερότητα της πληροφορίας που σχετίζεται με την υγρασία του αέρα συνίσταται στο ότι η πληροφορία αυτή μπορεί να δοθεί μέσω διαφόρων μεγεθών, όπως απόλυτη υγρασία, σχετική υγρασία, θερμοκρασία σημείου δρόσου ή θερμοκρασία υγρού βολβού. Η επιλογή του ενός ή του άλλου μεγέθους καθορίζεται τόσο από τις ειδικές ανάγκες του χρήστη, όσο και από το διαθέσιμο εξοπλισμό. Πολύ συχνά το μέγεθος που ενδιαφέρει το χρήστη δεν είναι αυτό που μετράται άμεσα με τη βοήθεια της μετρητικής διάταξης (πρωτογενές μέγεθος), αλλά υπολογίζεται έμμεσα με χρήση κατάλληλων σχέσεων (δευτερογενές μέγεθος). Οι σχέσεις αυτές συνιστούν ένα μοντέλο μέτρησης και είναι διαθέσιμες είτε ως αναλυτικές συναρτήσεις είτε, συνηθέστερα, υπό τη μορφή διαγραμμάτων, των ευρέως γνωστών ψυχομετρικών χαρτών.

Με βάση τα παραπάνω, είναι προφανές ότι η μετρολογική ποιότητα ενός αποτελέσματος μέτρησης της υγρασίας, δεν εξαρτάται μόνο από τις επιδόσεις του οργάνου μέτρησης αλλά και από την ποιότητα των σχέσεων ή διαγραμμάτων που ενδεχόμενα χρησιμοποιήθηκαν. Αντίστροφα, ο βέλτιστος σχεδιασμός του πειραματικού εξοπλισμού, ειδικότερα για εργαστήρια που προσβλέπουν σε μια δεδομένη στάθμη αβεβαιότητας αποτελεσμάτων,

προϋποθέτει την διερεύνηση τόσο των επιδόσεων των διαθέσιμων τεχνολογικών λύσεων όσο και τον συνυπολογισμό των συνιστωσών αβεβαιότητας που οφείλονται στην χρήση του ενός ή του άλλου μοντέλου μέτρησης.

Οι κύριες μετρητικές διατάξεις που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση της ποσότητας της υγρασίας του αέρα μπορούν να διαχωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, των υγρομέτρων άμεσης μέτρησης και των διατάξεων έμμεσης μέτρησης της υγρασίας [1, 2]:

- Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει κατά κύριο λόγο όργανα μέτρησης της σχετικής υγρασίας, βασιζόμενη στη μεταβολή κάποιας φυσικής ή ηλεκτρικής ιδιότητας υδρόφιλου μέσου, το οποίο χρησιμοποιείται από τον αισθητήρα, με την απορρόφηση υδρατμού.
- Η δεύτερη κατηγορία βασίζεται σε μετρήσεις πρωτογενών μεγεθών, όπως θερμοκρασίες ή βάρος, και στη μετέπειτα χρήση τους για τον υπολογισμό της υγρασίας (μέτρηση σημείου δρόσου, μέτρηση θερμοκρασιών ξηρού-υγρού βολβού, κλπ.).

Στα πλεονεκτήματα της πρώτης προσέγγισης εντάσσονται η απλότητα και το χαμηλό κόστος [3], δεν είναι όμως κατάλληλη για εφαρμογές υψηλών μετρολογικών επιδόσεων, με τυπικές αβεβαιότητες στην μέτρηση της σχετικής υγρασίας της τάξης του 1% μετά τη διακρίβωση. Οι χαμηλές μετρολογικές επιδόσεις τους οφείλονται κυρίως στην προβληματική σταθερότητα των χρησιμοποιούμενων υλικών (φαινόμενα υστέρησης, αλλαγή συμπεριφοράς πορωδών ή ινωδών υλικών λόγω επιμόλυνσης, χαμηλή αναπαραξιμότητα) και περιορίζουν τη χρήση τους ως όργανα εργασίας σε μη απαιτητικές εφαρμογές.

Υψηλότερες επιδόσεις μπορούν να επιτευχθούν, υπό προϋποθέσεις, με τη δεύτερη κατηγορία έμμεσων μετρήσεων [4], δεδομένης της εφαρμογής δοκιμασμένων τεχνικών και της χρήσης ευρέως διαδεδομένου εξοπλισμού με μετρολογικές δυνατότητες που μπορούν να κλιμακωθούν μέχρι και το επίπεδο της πρότυπης μεθόδου. Στα μειονεκτήματα της προσέγγισης αυτής περιλαμβάνονται το σχετικά υψηλότερο κόστος και η σχετικά πολυπλοκότερη χρήση. Επιπλέον, στην περίπτωση εργαστηρίων δοκιμών ή διακριβώσεων, προκύπτει μια σαφής αναγκαιότητα συνυπολογισμού των αβεβαιοτήτων που εισάγονται από το μοντέλο μέτρησης, δηλαδή τη σχέση μετατροπής των πρωτογενώς μετρούμενων μεγεθών στην κατάλληλη ένδειξη υγρασίας. Η παρούσα εργασία φιλοδοξεί να συζητήσει τις αβεβαιότητες που εισάγονται από την χρήση σχέσεων των συνήθων υγρομετρικών μοντέλων και να εκτιμήσει τις δυνατότητες βελτιστοποίησης του αναγκαίου εξοπλισμού για συγκεκριμένες συνθήκες χρήσης.

2. Βασικές εξισώσεις ψυχομετρίας

Ο ατμοσφαιρικός υγρός αέρας αποτελεί μίγμα ξηρού αέρα και υδρατμού. Η μελέτη και καθορισμός των φυσικών ιδιοτήτων του αέρα αποτελεί το αντικείμενο του κλάδου της ψυχομετρίας.

Βασικό μέγεθος για τον υγρό αέρα αποτελεί η ποσότητα του υδρατμού στον αέρα, αποκαλούμενη και υγρασία. Η πληροφορία που σχετίζεται με την υγρασία του αέρα μπορεί να δοθεί μέσω διαφόρων μεγεθών, όπως απόλυτη υγρασία, σχετική υγρασία, θερμοκρασία σημείου δρόσου ή θερμοκρασία υγρού βολβού. Πρέπει να σημειωθεί ότι κανένα από τα μεγέθη αυτά δεν αρκεί από μόνο του για να χαρακτηρίσει πλήρως την

υγρομετρική κατάσταση του υγρού αέρα ή αλλιώς το αντίστοιχο σημείο του ψυχομετρικού χάρτη. Στην πράξη, για μια συγκεκριμένη πίεση, απαιτούνται δύο από τα μεγέθη αυτά για τον πλήρη υγρομετρικό χαρακτηρισμό.

Η σχετική υγρασία ορίζεται ως ο λόγος του γραμμομοριακού κλάσματος του υγρού αέρα προς μελέτη με τον αντίστοιχο κορεσμένο στις ίδιες συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσης [1]:

$$RH = \frac{x_w}{x_{ws}} \Big|_{T, p} \quad (2.1)$$

Από την ανάλυση των βασικών σχέσεων που συνδέουν το γραμμομοριακό κλάσμα με τις μάζες αέρα και υδρατμού, με την μερική πίεση των υδρατμών ή τάση ατμών και με την ολική πίεση του μίγματος αέρα-υδρατμού σε κορεσμένη κατάσταση (εξίσωση Dalton), προκύπτει η σχέση:

$$x_{ws} = \frac{f(T, p)p_{ws}}{p} \quad (2.2)$$

Ο όρος f αποτελεί αδιάστατο συντελεστή διόρθωσης (enhancement factor) ο οποίος ποσοτικοποιεί τη μη ιδανική συμπεριφορά του μίγματος υδρατμού-αέρα σε κορεσμένη κατάσταση [1].

Σύμφωνα με τον ορισμό της απόλυτης υγρασίας [1]:

$$w = \frac{M_w}{M_a} \quad (2.3)$$

Για την τυπική σύσταση αέρα ισχύει [1]:

$$x_w = \frac{wx_a}{0.62198} \quad (2.4)$$

Από τις σχέσεις (2.1.) και (2.4) προκύπτει:

$$RH = \frac{\frac{wx_a}{0.62198}}{\frac{f(T, p)p_{ws}(T)}{p}} \quad (2.5)$$

Ένα άλλο μέγεθος το οποίο προσδιορίζει την υγρασία του αέρα είναι η θερμοκρασία δρόσου (dew point), η οποία ορίζεται ως η θερμοκρασία στην οποία, το ίδιο μείγμα αέρα διατηρούμενο στην ίδια πίεση, περιέρχεται σε συνθήκες κορεσμού. Η θερμοκρασία δρόσου προσδιορίζεται από την επίλυση της εξίσωσης:

$$w_s(p, T_d) = w \quad (2.6)$$

Συνεπώς, από τις σχέσεις (2.5), (2.6), (2.4) και (2.2) προκύπτει:

$$RH = \frac{\frac{w_s(p, T_d)x_a}{0.62198}}{\frac{f(T, p)p_{ws}(T)}} = \frac{x_{ws}(p, T_d)}{\frac{f(T, p)p_{ws}(T)}} = \frac{p}{\frac{f(T, p)p_{ws}(T)}} = 100 \frac{f(T_d, p)p_{ws}(T_d)}{f(T, p)p_{ws}(T)} \quad (2.7)$$

Η σχέση (2.7) αποτελεί τη βασική σχέση για την ανάλυση αβεβαιοτήτων που θα ακολουθήσει. Είναι προφανές ωστόσο ότι είναι απαραίτητη η γνώση των σχέσεων για τα μεγέθη της τάσης ατμών και του συντελεστή διόρθωσης. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η σχέση (2.7) ισχύει για πραγματικά αέρια, καθώς στην ανάλυση δεν γίνεται η παραδοχή συμπεριφοράς του μείγματος ατμού-υδρατμών ως τέλειο αέριο.

3. Εξισώσεις τάσης ατμών και συντελεστή διόρθωσης f

Στη βιβλιογραφία αναφέρεται πλήθος εμπειρικών σχέσεων για τον συντελεστή διόρθωσης f και την τάση ατμών p_{ws} . Για την τάση ατμών, θεμελιώδης θεωρείται η σχέση των Goff-Gratch [5], ενώ από τις πλέον διαδεδομένες είναι η σχέση των Hyland-Wexler [6] την οποία χρησιμοποιούν το NIST [7] και η ASHRAE [1]. Αντίστοιχη θεωρείται και η σχέση που προτείνει το WMO [8]. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι σχέσεις της τάσης ατμών ισχύουν για περιορισμένο εύρος θερμοκρασίας.

Για το συντελεστή f , αντίστοιχα με την τάση ατμών, αναφέρεται η σχέση των Hyland and Wexler [9], και η οποία προϋποθέτει τη virial equation of state. Η σχέση αυτή, σε αντιστοιχία με την virial equation of state, αποτελείται από πολλούς όρους και είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας και της πίεσης. Απλούστερη εμφανίζεται η σχέση που χρησιμοποιεί το WMO [8], και η οποία είναι συνάρτηση μόνο της πίεσης. Το NIST προτείνει [7] τη χρήση της σχέσης του Greenspan [10], η οποία είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας και της πίεσης, ενώ η ASHRAE χρησιμοποιεί τη σχέση των Hyland and Wexler.

Για την παρούσα εργασία έγινε επιλογή των σχέσεων Hyland-Wexler για την τάση ατμών και Greenspan για το συντελεστή f . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διατύπωση αντίστοιχης σχέσης συνδέεται άμεσα με την υιοθετούμενη κλίμακα θερμοκρασίας (ITS). Οι επιλεγόμενες σχέσεις αναφέρονται στην κλίμακα ITS-68. Στο πλαίσιο αυτό, ο Huang προτείνει νέους συντελεστές, σύμφωνα με την αναθεώρηση της ITS-68 σε ITS-90 [11].

Θα πρέπει εν τούτοις να σημειωθεί ότι στόχος της εργασίας αυτής δεν είναι να διερευνήσει την αξιοπιστία των σχέσεων αυτών, αλλά να διερευνήσει την επίδραση της βιβλιογραφικά αναφερόμενης αβεβαιότητας τους στη διαδικασία υπολογισμού των ψυχομετρικών μεγεθών.

Οι επιλεγόμενες σχέσεις είναι:

$$f(T, p) = \exp \left[a \left(1 - \frac{p_{ws}(T)}{p} \right) + \beta \left(\frac{p}{p_{ws}(T)} - 1 \right) \right] \quad (3.1)$$

όπου οι συντελεστές a και β εξαρτώνται από τη θερμοκρασία σύμφωνα με τις σχέσεις $a = \sum_{i=0}^3 A_i T^i$, $\beta = \exp \sum_{i=0}^3 A_i T^i$, και οι μονάδες είναι degC για τη θερμοκρασία και Pa για την πίεση. Οι τιμές των συντελεστών είναι:

$$\begin{array}{llll} A_0=3,53624E-04 & A_2=2,61474E-07 & B_0=-10,7588 & B_2=-2.53591E-04 \\ A_1=2,93228E-05 & A_3=8,57538E-09 & B_1=0,0632529 & B_3=6.33784E-07 \end{array}$$

Για την τάση ατμών η αντίστοιχη σχέση είναι:

$$\ln(p_{ws}(T)) = \sum_{i=1}^3 g_i (T + 273.15)^i + g_4 \ln(T + 273.15) \quad (3.2)$$

με τους συντελεστές g_i να παίρνουν, στο διάστημα 0°C...200°C, τις ακόλουθες τιμές [1]:

$$\begin{array}{lll} g_{-1}=-5800.22 & g_1=-0.0486402 & g_3=-1.44521E-08 \\ g_0= 1.39150 & g_2= 4.17648E-05 & g_4= 6.54597 \end{array}$$

4. Εκτίμηση αβεβαιότητας σχετικής υγρασίας

4.1. Βασικές σχέσεις

Η σχέση (2.7) μπορεί να γραφτεί στη μορφή:

$$RH = RH(f_T, f_{T_d}, p_{ws}(T), p_{ws}(T_d)) = \frac{f_{T_d} p_{ws}(T_d)}{f_T p_{ws}(T)} \quad (4.1)$$

Αν εφαρμόσει κάποιος στην παραπάνω σχέση το νόμο διάδοσης των αβεβαιοτήτων για ανεξάρτητες μεταβλητές [12], προκύπτει:

$$u_{RH}^2 = \left(\frac{\partial RH}{\partial f}\right)^2 u_{\beta}^2 + \left(\frac{\partial RH}{\partial f}\right)^2 u_{pt}^2 + \left(\frac{\partial RH}{\partial p}\right)^2 u_{\beta d}^2 + \left(\frac{\partial RH}{\partial p}\right)^2 u_{p d}^2 \quad (4.2)$$

ή ακόμα, παίρνοντας υπόψη τη σχέση (4.1):

$$u_{RH}^2 = \left(\frac{p_{ws}(T_d)}{f p_{ws}(T)}\right)^2 u_{\beta}^2 + \left(\frac{f p_{td}}{p_t} \frac{1}{(f)^2}\right)^2 u_{pt}^2 + \left(\frac{f_{td}}{f_t p_t}\right)^2 u_{\beta d}^2 + \left(\frac{f_{td} p_{td}}{f_t} \frac{1}{p_t^2}\right)^2 u_p^2 \quad (4.3)$$

Ο υπολογισμός των u_f^2, u_p^2 απαιτεί αντίστοιχη ανάλυση σε σχέση με τις ανεξάρτητες μεταβλητές τους T, p για το f και T, T_d για το p_{ws} .

4.2. Εκτίμηση αβεβαιότητας διορθωτικού συντελεστή f

Η εκτίμηση της αβεβαιότητας για το συντελεστή f , για κάθε θερμοκρασία ή πίεση, προϋποθέτει τον υπολογισμό των μερικών παραγώγων $\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right), \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)$ και τη γνώση των

αβεβαιοτήτων σε T και p . Εν τούτοις, δεδομένη τη μικρή του διακύμανση και την ασθενή επίδραση των μεταβολών του στην τελική αβεβαιότητα, προτιμάται η απλούστερη οδός της χρησιμοποίησης μιας μέσης τιμής και του υπολογισμού μιας αβεβαιότητας που εισάγεται από τη διακύμανση του f ανάμεσα στις όποιες ακραίες τιμές, για τις συνήθειες ψυχομετρικές εφαρμογές.

Η μεταβολή του $f(T)$ συναρτήσει της θερμοκρασίας για το εύρος των αναμενόμενων θερμοκρασιών εφαρμογής 0...100°C, παρατίθεται στον πιν. 1:

Πιν.1 – Τιμές διορθωτικού συντελεστή f για διάφορες θερμοκρασίες (πίεση $p=1atm$)

$T(degC)$	f
0	1.003862
10	1.003863
20	1.003991
30	1.004263
40	1.00468
50	1.005205
60	1.005733
70	1.006041
80	1.005719
90	1.00407
100	0.999985

Στην συνήθη εργαστηριακή πρακτική παραλείπονται οι μεταβολές της πίεσης, η οποία θεωρείται σταθερή και ίση με 1 atm. Εν τούτοις, στην πράξη, η ατμοσφαιρική πίεση μεταβάλλεται, είτε για τον ίδιο τόπο λόγω ατμοσφαιρικών διαταραχών, είτε γιατί

εργαζόμαστε σε υψόμετρο μεγαλύτερο της θάλασσας. Για την εκτίμηση της μεταβλητότητας της πίεσης στον ίδιο τόπο, πάρθηκε υπόψη μια τυπική μέγιστη διακύμανση της πίεσης, με βάση στοιχεία που έχουν καταχωρηθεί σε σχετικές βάσεις κλιματολογικών δεδομένων [13]. Από την ανάλυση των δεδομένων αυτών προκύπτει ότι οι τυπικές τιμές της πίεσης για τα ελληνικά δεδομένα είναι στο διάστημα [1020 kPa, 960 kPa]. Αντίστοιχα, λόγω υψομετρικής διαφοράς, μέχρι και ύψος 3000 m η ατμοσφαιρική πίεση μεταβάλλεται στο διάστημα από 0,69 atm έως 1 atm [1].

Από την εκτεταμένη διερεύνηση σε όλο το εύρος θερμοκρασιών 0...100°C και σε όλο το εύρος ατμοσφαιρικών πιέσεων για τον ελλαδικό χώρο, προέκυψε ότι οι τιμές που μπορεί να λάβει το f λόγω μεταβολής της πίεσης και της θερμοκρασίας είναι στο διάστημα [0.9961, 1.006], ενώ η συνδυασμένη διακύμανση της τιμής του f λόγω μεταβολής της θερμοκρασίας και της πίεσης είναι 1.0011 ± 0.0050 ή περίπου $\pm 0.5\%$. Η μεταβολή αυτή κρίνεται χαμηλή για τις συνήθεις εργαστηριακές εφαρμογές, και θα επιδράσει ελάχιστα στην αβεβαιότητα της τελικής τιμής της σχετικής υγρασίας. Παρόλα αυτά επιλέγεται να θεωρηθεί η διακύμανση του f να εισαχθεί ως μια συνιστώσα αβεβαιότητας, με το ίδιο το f να ακολουθεί ορθογώνια κατανομή στο εύρος θερμοκρασιών 0...100°C και υψόμετρου 0...3 km. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή:

$$\bar{f} = 1.0011, u_f = \frac{0,0050}{\sqrt{3}} = 0.0028 \quad (4.4)$$

Αυτό όμως που ενδιαφέρει πρακτικά είναι ο όρος $\frac{f_{T_d}}{f_T}$ στην εξίσωση (4.1). Παρά το ότι υπάρχει αναμφίβολα συσχέτιση μεταξύ f_{T_d} και f_T , μπορούμε να επιλέξουμε να τις θεωρήσουμε ως ανεξάρτητες μεταβλητές, διευρύνοντας έτσι την τελική αβεβαιότητα (*worst case*). Ο παραπάνω όρος γίνεται λοιπόν:

$$F = \frac{f_{T_d}}{f_T} = 1$$

$$u\left(\frac{f_{T_d}}{f_T}\right) = u(F) = \sqrt{2} u_f = 0.0039 \quad (4.5)$$

και η σχέση (4.1) γράφεται:

$$RH = RH(f_T, f_{T_d}, p_{ws}(T), p_{ws}(T_d)) = F \frac{p_{ws}(T_d)}{p_{ws}(T)} \quad (4.6)$$

με τις αβεβαιότητες στο RH να υπολογίζονται από την σχέση:

$$u_{RH}^2 = \left(\frac{p_{ws}(T_d)}{p_{ws}(T)} \right)^2 u_F^2 + \left(\frac{F}{p_{ws}(T)} \right)^2 u_{p_{ws}(T_d)}^2 + \left(\frac{F p_{ws}(T_d)}{(p_{ws}(T))^2} \right)^2 u_{p_{ws}(T)}^2 \quad (4.7)$$

Είναι φανερό ότι είναι δυνατόν να επιτευχθούν σημαντικά μικρότερες αβεβαιότητες εάν χρησιμοποιηθούν οι αναλυτικές εξισώσεις του f με τη θερμοκρασία και την πίεση.

4.3. Εκτίμηση αβεβαιότητας όρου τάσης ατμών

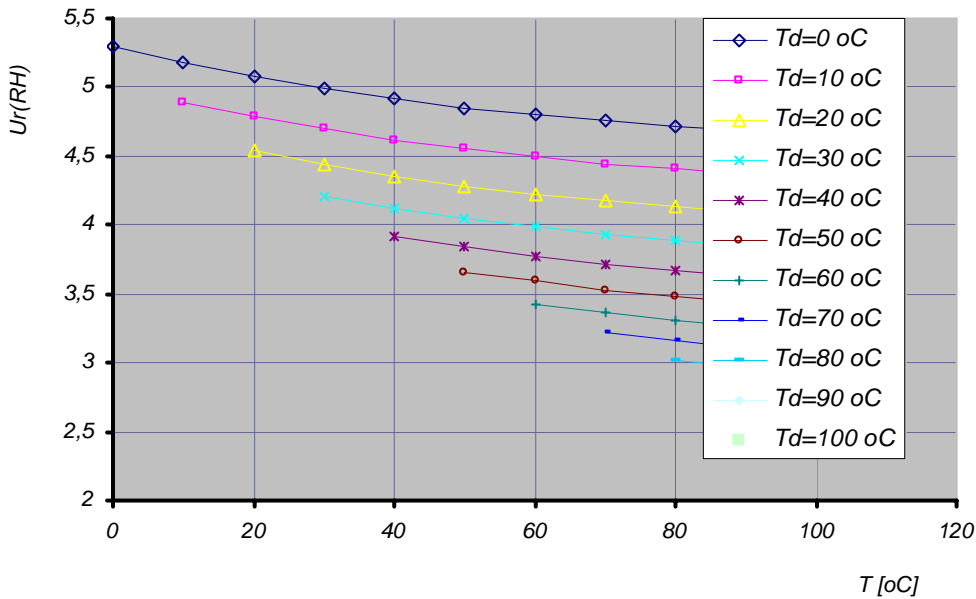
Η μερική πίεση δεν μετράται απευθείας αλλά υπολογίζεται από την εξίσωση (3.2), γνωρίζοντας τη θερμοκρασία στην οποία αναφέρεται, στη συγκεκριμένη περίπτωση τη θερμοκρασία δρόσου και τη θερμοκρασία ξηρού βολβού. Κατά συνέπεια, η αβεβαιότητα στις τιμές της τάσης ατμών είναι συνάρτηση της αβεβαιότητας στη μέτρηση των θερμοκρασιών και μπορεί να υπολογιστεί από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$u_{p_{ws}(T_d)}^2 = \left(\frac{d(p_{ws}(T_d))}{dT_d} \right)^2 u_{T_d}^2 \quad (4.8)$$

$$u_{p_{ws}(T)}^2 = \left(\frac{d(p_{ws}(T))}{dT} \right)^2 u_T^2 \quad (4.9)$$

4.4 Εκτίμηση αβεβαιότητας RH

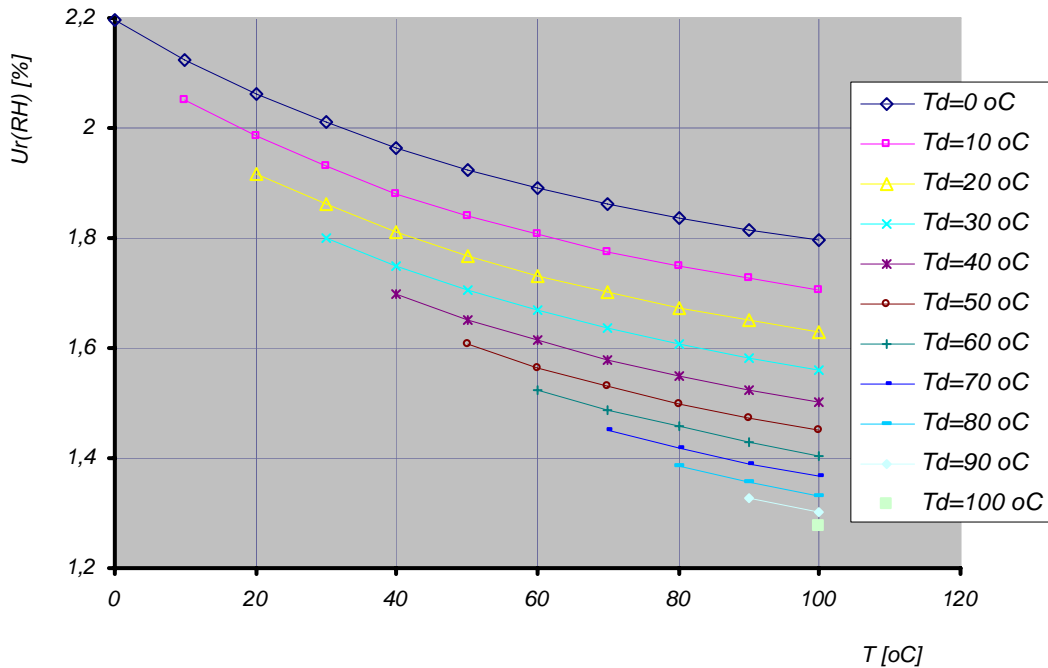
Από τις σχέσεις (4.3)-(4.9) είναι δυνατό να γίνει υπολογισμός της αβεβαιότητας της σχετικής υγρασίας συναρτήσει των αβεβαιοτήτων των πρωτογενών μεγεθών, δηλαδή της θερμοκρασίας ξηρού βολβού T , του σημείου δρόσου T_d και του συντελεστή f .



Σχήμα 1: Διευρυμένη σχετική αβεβαιότητα για το RH [$u(T_d)=0.3 K$, $u(T)=0.2 K$]

Στα σχ. 1 και 2 παρουσιάζεται, σύμφωνα με τη σχέση (4.3), η της σχετικής διευρυμένης αβεβαιότητας για τη σχετική υγρασία (για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και συντελεστή κάλυψης $k=2$), για τυπικές στάθμες αβεβαιοτήτων που απαντώνται στην συνήθη εργαστηριακή πρακτική και οι οποίες αντιστοιχούν στις περιπτώσεις:

- 1^η περίπτωση: αβεβαιότητες $u(T_d)=0.3$ K, $u(T)=0.2$ K
- 2^η περίπτωση: αβεβαιότητες $u(T_d)=0.1$ K, $u(T)=0.1$ K



Σχήμα 2: Διευρυμένη σχετική αβεβαιότητα για το RH [$u(T_d)=0.1$ K, $u(T)=0.1$ K]

Για να εκτιμηθεί η επίδραση της αβεβαιότητας του διορθωτικού συντελεστή f στην συνολική αβεβαιότητα του RH, οι υπολογισμοί επαναλήφθηκαν και για $u_f=0$ και διαπιστώθηκε ότι δεν υπήρξε σημαντική μεταβολή στο τελικό αποτέλεσμα. Χαρακτηριστικά μπορεί να αναφερθεί ότι για $u(T_d)=0.1$ K, $u(T)=0.1$ K, $u_f=0$, $T_d=40$ °C και $T=60$ °C, η διευρυμένη σχετική αβεβαιότητα στο RH είναι $U_{RH}=1.59\%$, αντί για $U_{RH}=1.63\%$ που είχε υπολογιστεί παίρνοντας υπόψη την αβεβαιότητα στο f .

3.5 Εκτίμηση αβεβαιότητας w

Αντίστοιχα, μπορεί να υπολογιστεί και η αβεβαιότητα για την απόλυτη υγρασία w . Ειδικότερα, από τη σχέση (2.6) προκύπτει ότι [1]:

$$w = w_s(p, T_d) = \frac{0.62198 x_{ws}}{1 - x_{ws}} = \frac{0.62198 \frac{f(T_d, p) p_{ws}}{p}}{1 - \frac{f(T_d, p) p_{ws}}{p}} \quad [4.10]$$

Εφαρμόζοντας το νόμο διάδοσης των αβεβαιοτήτων, βρίσκουμε:

$$u_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial f}\right)^2 u_f^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial p}\right)^2 u_p^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial p_{ws}}\right)^2 u_{p_{ws}}^2 \quad [4.11]$$

όπου:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial f}\right) = \frac{0.62198 \frac{p_{ws}}{p}}{\left(1 - \frac{p_{ws}}{p} f\right)^2} \quad [4.12]$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial p_{ws}}\right) = \frac{0.62198 \frac{f}{p}}{\left(1 - \frac{f}{p} p_{ws}\right)^2} \quad [4.13]$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial p}\right) = -\frac{0.62198 f p_{ws}}{p^2} \quad [4.14]$$

Αυτό που παρουσιάζει ενδιαφέρον, είναι να εξετάσει κάποιος την επίδραση του όρου της πίεσης, τόσο μέσω του συντελεστή f όσο και απευθείας μέσω της αβεβαιότητας του όρου της απόλυτης πίεσης.

Ειδικότερα, αν θεωρήσουμε ότι ισχύει για τον συντελεστή διόρθωσης ότι $\bar{f} = 1.0011$, $u_f = \frac{\bar{f}}{\sqrt{3}} \Rightarrow u_f = 0.0028$, προκύπτουν τα αποτελέσματα του Πίνακα 2 για το εύρος των θερμοκρασιών T_d από 0 έως 90 οC και σταθερή πίεση $p=1 \text{ atm}$:

Πίνακας 2: Τυπική αβεβαιότητα στην εκτιμώμενη απόλυτη υγρασία για $p=1 \text{ atm}$ και διάφορες θερμοκρασίες dew point

T_d [oC]	u_w [g/kg]	w [g/kg]	u_r (%)
0	0.083281	3.79	2.20
10	0.156317	7.65	2.04
20	0.281666	14.74	1.91
30	0.493101	27.29	1.81
40	0.851345	49.04	1.74
50	1.479367	86.63	1.71
60	2.667791	153.00	1.74
70	5.264231	277.91	1.89
80	12.72189	550.08	2.31
90	53.44438	1415.37	3.78

Εάν όμως η μεταβολή της πίεσης δεν λαμβάνεται υπόψη για εύρος υψομέτρου 0...3000 m, το συνεπαγόμενο σφάλμα γίνεται πολύ πιο σημαντικό, όπως φαίνεται στον Πίνακα 3:

Πίνακας 3: Τυπική αβεβαιότητα στην εκτιμώμενη απόλυτη υγρασία για $p=1\text{atm}$ και διάφορες θερμοκρασίες *dew point*

T_d [oC]	u_w [g/kg]	w [g/kg]	u_r (%)
0	0.477153	0.004472	10.67
10	0.956141	0.00905	10.57
20	1.817726	0.017466	10.41
30	3.296942	0.032452	10.16
40	5.734386	0.058694	9.77
50	9.612442	0.104828	9.17
60	15.62556	0.188859	8.27
70	24.96394	0.356519	7.00
80	42.15337	0.771684	5.46
90	191.7593	2.826101	6.79

3.6 Αβεβαιότητα σε περίπτωση χρήσης ψυχομετρικών χαρτών

Οι ευρέως διαδεδομένοι ψυχομετρικοί χάρτες δεν είναι τίποτε περισσότερο από μια γραφική αναπαράσταση των σχέσεων που ήδη εκτέθηκαν. Από την άποψη αυτή, ισχύουν και εδώ τα όσα παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους με τις ακόλουθες αναγκαίες προσαρμογές:

- Οι αβεβαιότητες που χαρακτηρίζουν τις τιμές των πρωτογενών μεγεθών (θερμοκρασιών T και T_d) πρέπει να εκτιμηθούν συνυπολογίζοντας τόσο τις αβεβαιότητες των οργάνων μέτρησης, όσο και τις αβεβαιότητες που σχετίζονται με τον αναγκαστικά ασαφή εντοπισμό των αντίστοιχων σημείων στους χάρτες.
- Η ποσοτική αποτίμηση των ασαφειών αυτών εξαρτάται από την ποιότητα και το μέγεθος του χρησιμοποιούμενου ψυχομετρικού χάρτη, μπορεί όμως δύσκολα να οδηγήσει σε τιμές χαμηλότερες των $u(T_d)=0.3\text{ K}$, $u(T)=0.2\text{ K}$ που χρησιμοποιήθηκαν στην 1^η περίπτωση της παραγράφου 3.4. Οι αβεβαιότητες του σχήματος 1 μπορούν, κατά συνέπεια να δώσουν μια εικόνα των αβεβαιοτήτων που προκύπτουν από την ανάγνωση χαρτών στο συγκεκριμένο επίπεδο ασάφειας.
- Στην αβεβαιότητα που χαρακτηρίζει το τελικό αποτέλεσμα RH ή w πρέπει να συνυπολογιστεί η ασάφεια στην τιμή του υπολογιζόμενου μεγέθους, η οποία εξαρτάται όχι μόνο από την ποιότητα και το μέγεθος του χρησιμοποιούμενου ψυχομετρικού χάρτη, αλλά και από την συγκεκριμένη κάθε φορά περιοχή ανάγνωσης.

Ένα συγκεκριμένο παράδειγμα μπορεί να βοηθήσει ώστε να γίνουν κατανοητά τα παραπάνω. Έστω ότι οι αβεβαιότητες των μετρήσεων είναι $u_1(T_d)=0.2\text{ K}$ και $u_1(T)=0.2\text{ K}$. Συνυπολογίζοντας αβεβαιότητες εντοπισμού στον ψυχομετρικό χάρτη της τάξης των $u_2(T_d)=0.3\text{ K}$, $u_2(T)=0.2\text{ K}$, οι συνολικές διευρυμένες σχετικές αβεβαιότητες στα T και T_d , για $T_d=40\text{ }^\circ\text{C}$ και $T=60\text{ }^\circ\text{C}$, είναι $U_{RH}=4,7\%$, αντί για $U_{RH}=2,9\%$ που είχε υπολογιστεί εάν δεν υπήρχαν οι αβεβαιότητες ανάγνωσης, αγνοώντας τα σφάλματα ανάγνωσης του RH .

4. Συμπεράσματα

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι συζητήσει τα ενδεχόμενα σφάλματα σε μετρήσεις ψυχομετρικών μεγεθών όταν οι μετρήσεις αυτές γίνονται μέσω αλγεβρικών ή γραφικών μοντέλων όπως οι ψυχομετρικές σχέσεις ή ακόμα ο ψυχομετρικός χάρτης.

Από τον υπολογισμό της αβεβαιότητας στη σχετική υγρασία προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Η επίδραση του διορθωτικού συντελεστή f στην τελική αβεβαιότητα είναι αμελητέα. Κατά συνέπεια δεν απαιτείται ο συνυπολογισμός τους, ακόμα και για απαιτητικές μετρολογικές εφαρμογές.
- Τα σφάλματα στο RH μπορούν να θεωρηθούν σημαντικά σε σχέση με τις τυπικές επιδόσεις συσκευών απευθείας μέτρησης της υγρασίας, πολύ περισσότερο εάν ληφθούν υπόψη οι σχετικά χαμηλές αβεβαιότητες στη μέτρηση των θερμοκρασιών.
- Βασικό πλεονέκτημα της έμμεσης μέτρησης είναι η σταθερότητα του εξοπλισμού και η δυνατότητα επίτευξης χαμηλών αβεβαιοτήτων με τη βοήθεια βελτιωμένης ποιότητας θερμοκρασιακών μετρήσεων.

Από τον υπολογισμό της αβεβαιότητας στη απόλυτη υγρασία προέκυψε ότι είναι εξαιρετικά σημαντικό να λαμβάνεται υπόψη η πίεση του υγρού ατμοσφαιρικού αέρα, με κρισιμότερη παράμετρο αυτή. Χαρακτηριστικά μπορεί να αναφερθεί ότι, εάν δεν συνυπολογιστεί η επίδραση της πίεσης, τα αναμενόμενα σχετικά σφάλματα μπορούν να ξεπεράσουν το 10%. Αντίθετα, εάν η πίεση μετράται με αβεβαιότητα 1%, υποθέτοντας μια αβεβαιότητα της τάξης των 0.3 οC στο σημείο δρόσου, η προκύπτουσα σχετική αβεβαιότητα στην υπολογιζόμενη απόλυτη υγρασία είναι της τάξης του 2%.

5. Βιβλιογραφία

[1] Psychrometrics: Theory and Practice, ASHRAE, 1996

[2] MIKES Metrologia, Uncertainty in humidity measurements, Publication of the EUROMET Workshop P758, 2006

[3] Rotronics, Technical Specifications for M2-Series Humidity and Temperature Transmitter, [www.rotronic-humidity.com]

[4] MBW Dew Point Measuring Instrument Model DP3-D, Operating Instructions

[5] Goff, J. A., and S. Gratch, Low-pressure properties of water from -160 to 212 °F, in Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers, pp 95-122, presented at the 52nd annual meeting of the American Society of Heating and Ventilating Engineers, New York, 1946.

[6] Hyland R.W., Wexler, A., Formulations for the Thermodynamic Properties of the Saturated Phases of H₂O from 173.15 K to 473.15K, ASHRAE Transactions, vol. 89, part 2A, p. 500-519

[7] Huang P.W., Determining uncertainties of relative humidity, dew/frost-point temperature and mixing ration in a humidity standard generator, Proc.of Third

International Symposium on Humidity and Moisture[C].Vol.1, London, England: 1998.149-158

[8] Lin X, Hubbard K.G., Uncertainties of Derived Dewpoint Temperature and Relative Humidity, *Journal of Applied Meteorology*, 43(5):821-825

[9] Hyland R.W., Wexler, A., Formulations for the Thermodynamic Properties of Dry Air from 173.15 K to 473.15K, and of Saturated Moist Air from 173.15 K to 372.15 K, at Pressures to 5Mpa, *ASHRAE Transactions*, vol. 89, part 2A, p. 520-534

[10] Greenspan, L., *Functional Equations for the Enhancement Factors for CO₂-Free Moist Air*, *Journal of Research of the National Bureau of Standards - A. Physics and Chemistry*, January-February 1976, Vol.80A, No. 1, 41-44

[11] Huang, P.W., Thermodynamic Properties of Moist Air containing 1000 to 5000 PPM_v of Water Vapor, *Proceedings of the RL/NIST Workshop on Moisture Measurement and Control for Electronics*, 1993.

[12] Μαθιουλάκης, Ε., Μέτρηση, Ποιότητα Μέτρησης και Αβεβαιότητα, *HellasLab*, Αθήνα 2004.

[13] NTUA on-line weather data, [<http://www.meteo.ntua.gr/>].