

# ΜΙΑ ΠΑΡΑΘΥΡΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑΣ ΑΝΙΣΟΤΡΟΠΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

ΜΑΡΙΟΣ ΚΟΨΙΔΗΣ, ΧΑΡΙΤΩΝ ΠΟΛΑΤΟΓΛΟΥ, ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΚΥΡΙΑΚΟΣ  
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ, ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ, ΑΠΘ, 54124  
email: [makop@physics.auth.gr](mailto:makop@physics.auth.gr)

## Περίληψη

Σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε μια παραθυρική εφαρμογή για την αποτίμηση των ηλεκτρικών ιδιοτήτων ανισότροπων υλικών. Η εφαρμογή μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση της αγωγιμότητας ανισότροπων υλικών με την μέθοδο Wasscher. Χρησιμοποιήθηκαν επίπεδα κυκλικά δείγματα, στα οποία προσδιορίστηκε η ειδική αγωγιμότητα  $\rho$  από συγκεκριμένη φόρμουλα με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού καθώς επίσης και ο λόγος ανισοτροπίας  $k$ .

## Εισαγωγή

Η πρόοδος που έχει σημειωθεί στον τομέα της μετρολογίας τα τελευταία χρόνια μας επιτρέπει την μέτρηση φυσικών μεγεθών με μικρή αβεβαιότητα. Στην επιτυχία αυτή είναι μεγάλη η συνεισφορά των ηλεκτρονικών υπολογιστών [1]. Πιο συγκεκριμένα παρέχουν σημαντική βοήθεια στο στάδιο της συλλογής, επεξεργασίας των δεδομένων και την τήρηση του πρωτοκόλου μέτρησης. Υπάρχουν φυσικά μεγέθη που είναι δύσκολο να μετρηθούν όπως οι ηλεκτρικές ιδιότητες των ημιαγωγών [2]. Η δυσκολία αυξάνει ακόμα περισσότερο όταν οι ημιαγωγοί παρουσιάζουν ανισοτροπία ή υπάρχει και η παρουσία μαγνητικού πεδίου. Η εμπειρία έχει δείξει ότι πιο κατάλληλες μέθοδοι είναι αυτές που χρησιμοποιούν τέσσερις επαφές, από τις οποίες οι δύο είναι για την τροφοδοσία με ρεύμα και οι άλλες δύο για την μέτρηση της τάσης. Μεγάλη πρόοδος στις ηλεκτρικές μετρήσεις των ισότροπων στερεών επιτεύχθηκε με την μέθοδο van der Pauw [3]. Το προτέρημα αυτής της μεθόδου σε σχέση με τις προηγούμενες είναι ότι δεν απαιτεί συγκεκριμένο σχήμα δείγματος και συγκεκριμένη θέση των επαφών. Επέκταση αυτής της μεθόδου για τα ανισότροπα δείγματα έγινε από τον Wasscher[4]. Παρόλο που οι δύο αυτές μέθοδοι μας παρέχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, η αποτίμηση των ιδιοτήτων των υλικών δεν είναι εύκολη, λόγω της αυξημένης απαίτησης επεξεργασίας των πρωτογενών δεδομένων. Για να ξεπεράσουμε αυτές τις δυσκολίες, σχεδιάσαμε μια παραθυρική εφαρμογή με την οποία μπορούμε να αποτιμήσουμε τις ηλεκτρονικές ιδιότητες ανισότροπων ημιαγωγών με την μέθοδο Wasscher.

## Μέθοδος

Σε προηγούμενο έρευνα περιγράφηκε μια μέθοδος με την οποία τα συστατικά της ειδικής αντίστασης ενός ανισότροπου αγωγού μπορούν να ληφθούν με τη βοήθεια μιας συνήθους μέτρησης της ειδικής αντίστασης τεσσάρων ηλεκτροδίων (ηλεκτρόδια που απέχουν ίσες αποστάσεις μεταξύ τους σε ευθύγραμμη τετραγωνική ρύθμιση). Αυτή η μέθοδος απαιτεί δείγματα με μεγάλες διαστάσεις σε σχέση με τις αποστάσεις των ηλεκτροδίων, διαφορετικά πρέπει να εφαρμοστούν περίπλοκες διορθώσεις. Στο παρόν τμήμα θα συζητηθεί μια άλλη μέθοδος που δεν επιβάλλει έναν τέτοιο όρο και επιπροσθέτως έχει

βρεθεί ότι είναι πιο ευαίσθητη. Η μέθοδος Wasscher [5] μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση της μεθόδου Van der Pauw για ειδικές αντιστάσεις. Για την εφαρμογή των τελευταίων στη μέθοδο επίπεδου δείγματος (αυθαίρετης μορφής αλλά χωρίς τις σπές στο εσωτερικό του) παρέχονται τέσσερις επαφές P, Q, R και S στην περιφέρειά του και μετριοούνται δύο αντιστάσεις η  $R_1$  και η  $R_2$ . Η  $R_1$  ορίζεται ως η  $R_{PQ,RS}$ , με τη διαφορά τάσης στις επαφές P και Q. Ομοίως  $R_2 = R_{QR,SP}$ . Εάν το δείγμα είναι ισότροπο μπορεί να αποδειχθεί ότι η  $R_1$  και η  $R_2$  δεν αλλάζουν στη σύμμορφη απεικόνιση του δείγματος σε κάποια άλλη μορφή. Παίρνοντας για αυτήν την άλλη μορφή ένα ημιεπίπεδο, όπως για παράδειγμα στο παρακάτω σχήμα, προκύπτει από τη στοιχειώδη θεωρία ότι

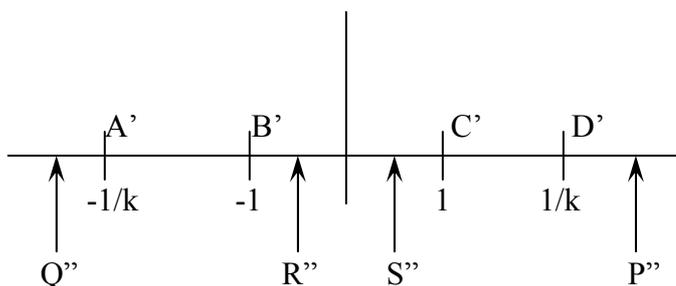
$$R_1 = R_{PQ,RS} = \frac{\rho}{\pi d} \ln \left( \frac{R'P'}{R'Q'} \cdot \frac{S'Q'}{S'P'} \right),$$

$$R_2 = R_{QR,SP} = \frac{\rho}{\pi d} \ln \left( \frac{S'Q'}{S'R'} \cdot \frac{P'R'}{P'Q'} \right),$$

Όπου τα  $\rho$  και  $d$  είναι η ειδική αντίσταση και το πάχος του δείγματος. Αντίστοιχα το  $R'P'$  δείχνει την απόσταση μεταξύ των εικόνων των σημείων του R και του P κ.λ.π. Η μέθοδος Van der Pauw υποδεικνύει ότι

$$\frac{R'Q'}{R'P'} \cdot \frac{S'P'}{S'Q'} + \frac{S'R'}{S'Q'} \cdot \frac{P'Q'}{P'R'} = 1$$

Έτσι ώστε  $\exp(-\pi R_1 d/\rho) - \exp(-\pi R_2 d/\rho) = 1$



Σχήμα 1.

Το οποίο μπορεί να γραφτεί της ως

$$\rho = \frac{\pi d}{2 \ln 2} (R_1 + R_2) f(R_1/R_2),$$

με  $f(R_1/R_2)$  να είναι μια περίπλοκη συνάρτηση του λόγου  $R_1/R_2$  που δίνεται από την μέθοδο Van der Pauw με γραφική μορφή. Το εκπληκτικό στοιχείο στη μέθοδο είναι ότι η μορφή του δείγματος και η θέση των επαφών δεν χρειάζονται να είναι γνωστές. Αυτοί οι γεωμετρικοί παράγοντες εισάγονται στον υπολογισμό του  $\rho$ , μόνο εφ' όσον καθορίζουν την αναλογία  $R_1/R_2$ .

Η μέθοδος μέτρησης για της ανισότροπες ειδικές αντιστάσεις που προτείνουμε εδώ είναι βασισμένη στο γεγονός ότι

- Για ανισότροπο δείγμα απλής γεωμετρίας η αναλογία  $R_1/R_2$  της μεθόδου Van der Pauw μπορεί να υπολογιστεί ρητά και

- Ένα ανισότροπο δείγμα με ειδικές αντιστάσεις  $\rho_i$  ( $i=1,2,3$ ) κατά μήκος των τριών κύριων (αμοιβαία ορθογώνιων) αξόνων  $\chi_i$  είναι ηλεκτρικά ισοδύναμο με ένα ισότροπο δείγμα του οποίου διαστάσεις  $\chi_i'$  συσχετίζονται με της διαστάσεις των ανισότροπων δειγμάτων με τη σχέση:

$$\chi_i' = (\rho_1/\rho)^{1/2} \chi_i$$

και η του οποίου ειδική αντίσταση είναι

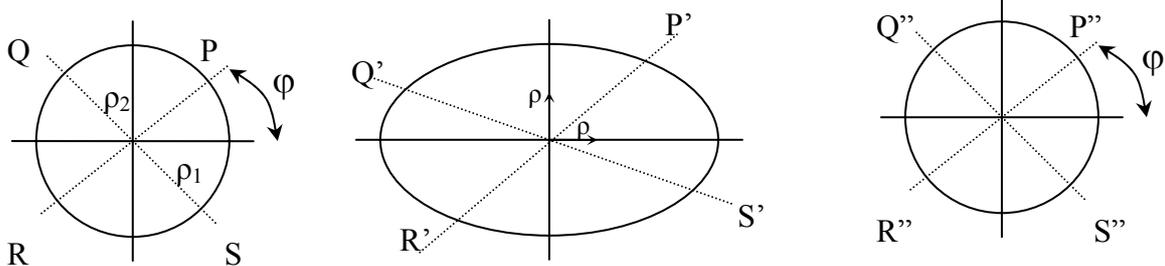
$$\rho = (\rho_1 \rho_2 \rho_3)^{1/3}.$$

Ένα επίπεδο κυκλικό ανισότροπο δείγμα της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ακτίνας  $r$  και πάχους  $d$  με το επίπεδο του κάθετο στη διεύθυνση της κύριας ειδικής αντίστασης  $\rho_3$  είναι ηλεκτρικά ισοδύναμο με ένα ελλειπτικό ισότροπο δείγμα με ημιάξονες  $\alpha = r(\rho_1/\rho)^{1/2}$  και  $\beta = r(\rho_2/\rho)^{1/2}$  και με πάχος  $d' = d(\rho_3/\rho)^{1/2}$  με το  $\rho$  να είναι ξανά ίσο με  $\rho = (\rho_1 \rho_2 \rho_3)^{1/3}$ . Η περίμετρος της της έλλειψης ισούται στο επίπεδο  $z$  ως εξής:

$$z = a \cos \varphi + i b \sin \varphi = (\alpha^2 - b^2)^{1/2} \cos(\varphi - ic), \quad (\alpha)$$

(υποθέτοντας ότι  $\rho_1 < \rho_2$ ) με

$$\exp(-c) = (\alpha - b)(\alpha^2 - b^2)^{-1/2} = (\rho_1^{1/2} - \rho_2^{1/2})(\rho_2 - \rho_1)^{-1/2}.$$



Σχήμα 2.

Η έλλειψη αυτή μπορεί να μεταμορφωθεί ομοιόμορφα πρώτα σε ένα μοναδιαίο κύκλο το οποίο μπορεί να επιτευχθεί ως εξής:

$$w = k^{1/2} \operatorname{sn} \left( \frac{2K}{\pi} \arcsin \frac{z}{(\alpha^2 - b^2)^{1/2}}, k \right) \quad (\beta)$$

εάν η μεταβλητή  $k$  ικανοποιεί την συνθήκη:

$$q(k) \equiv \exp \left( -\frac{\pi K'}{K} \right) = \exp(-4c) = \frac{(\rho_1^{1/2} - \rho_2^{1/2})^4}{(\rho_1 - \rho_2)^2},$$

μπορούμε αργότερα να υπολογίσουμε την κατάλληλη τιμή του  $k$  για μια δεδομένη αναλογία  $\rho_1/\rho_2$  [6]. Αντικαθιστώντας την  $(\alpha)$  και το  $4c = \frac{\pi K'}{K}$  στην  $(\beta)$ , η εικόνα της σημείου  $\bar{r} \exp(i\phi)$  στην περιφέρεια του αρχικού κύκλου, φαίνεται να είναι στην περιφέρεια του μοναδιαίου κύκλου  $w = \exp(i\phi)$ :

$$w = k^{1/2} \operatorname{sn} (2K\phi/\pi + K - iK'/2, k) =$$

$$= \frac{(1+k)sn(u-K) - lcn(u+K)dn(u+K)}{1+ksn^2(u+K)} =$$

$$= \frac{cn(u)dn(u)}{1-ksn^2(u)} \quad (\gamma)$$

Οι συναρτήσεις  $cn(u,k)$  και  $dn(u,k)$  σχετίζονται με την  $sn(u,k)$  ως εξής  $cn^2u=1-sn^2u$  και  $dn^2u=1-k^2sn^2u$ . Στην τελευταία εξίσωση ο συντελεστής  $k$  έχει παραλειφθεί στη σημείωση και το  $u$  ισούται με  $2K\phi/\pi$ . [7]

Το εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου  $|w|=1$  απεικονίζεται ομοιόμορφα στο πάνω ημιεπίπεδο  $Im t \geq 0$  ως εξής

$$t = \frac{w-i}{-iw+1}$$

το οποίο δίνει

$$t = \frac{co\psi}{\sin\psi+1} \quad (\delta)$$

για ένα σημείο επάνω στην περίμετρο  $w=\exp(i\phi)$ . Η τελική φόρμουλα για την απεικόνιση οποιουδήποτε σημείου του αρχικού κύκλου  $\bar{r}\exp(i\phi)$  στον άξονα  $Im t=0$  λαμβάνεται από την αντικατάσταση της  $(\gamma)$  στη  $(\delta)$ . Χρησιμοποιώντας της εξισώσεις

$$R_1 = R_{PQ,RS} = \frac{\rho}{\pi d} \ln \left( \frac{R'P'}{R'Q'} \cdot \frac{S'Q'}{S'P'} \right) \text{ και } R_2 = R_{QR,SP} = \frac{\rho}{\pi d} \ln \left( \frac{S'Q'}{S'R'} \cdot \frac{P'R'}{P'Q'} \right),$$

τα  $R_1$  και  $R_2$  μπορούν να υπολογιστούν για οποιαδήποτε διάταξη των επαφών και για οποιαδήποτε τιμή των  $\rho_1$  και  $\rho_2$ .

Οπωσδήποτε θα αποτελούσε πλεονέκτημα το γεγονός να διαλέξουμε μια απλή γεωμετρική διάταξη. Εάν οι επαφές τοποθετούνταν με τέτοιο τρόπο ώστε να κείτονται σε δύο κατακόρυφες διαμέτρους, τότε της μακροσκελής αλλά στοιχειώδης υπολογισμός θα έδινε το απλό αποτέλεσμα:

$$R_1 = \frac{(\rho_1 - \rho_2)^{1/2}}{\pi d} \ln \left( \frac{2}{1 - ksn(2u)} \right),$$

$$R_2 = \frac{(\rho_1 - \rho_2)^{1/2}}{\pi d} \ln \left( \frac{2}{1 + ksn(2u)} \right),$$

Όπου  $u=2K(k)\phi/\pi$ , με  $\phi$  να είναι η γωνία μεταξύ της εκ των κύριων αξόνων της ειδικής αντίστασης και η ευθεία που ενώνει δύο απέναντι επαφές.

Η μέγιστη τιμή του  $R_1/R_2$  συμβαίνει όταν  $\phi=\pi/4$  για το οποίο ισχύει  $sn(2u)=1$ . Σε αυτήν την περίπτωση:

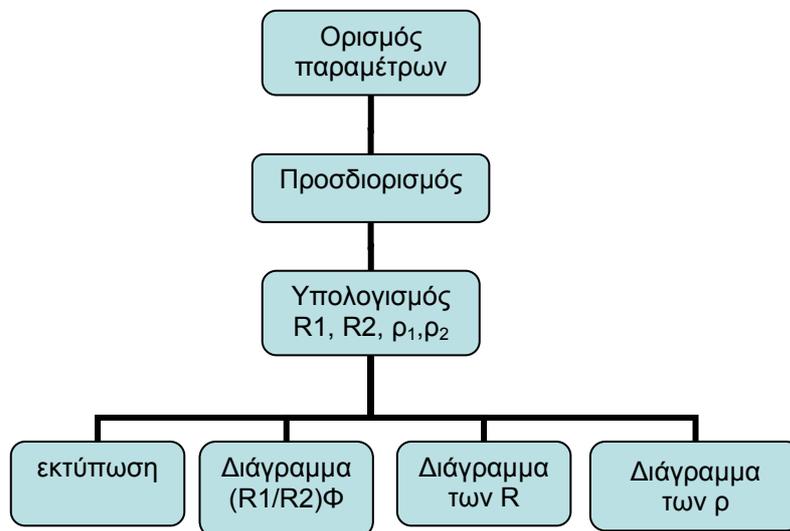
$$(R_1)_{\max} = \frac{(\rho_1\rho_2)^{1/2}}{\pi d} \ln \left( \frac{2}{1-k} \right),$$

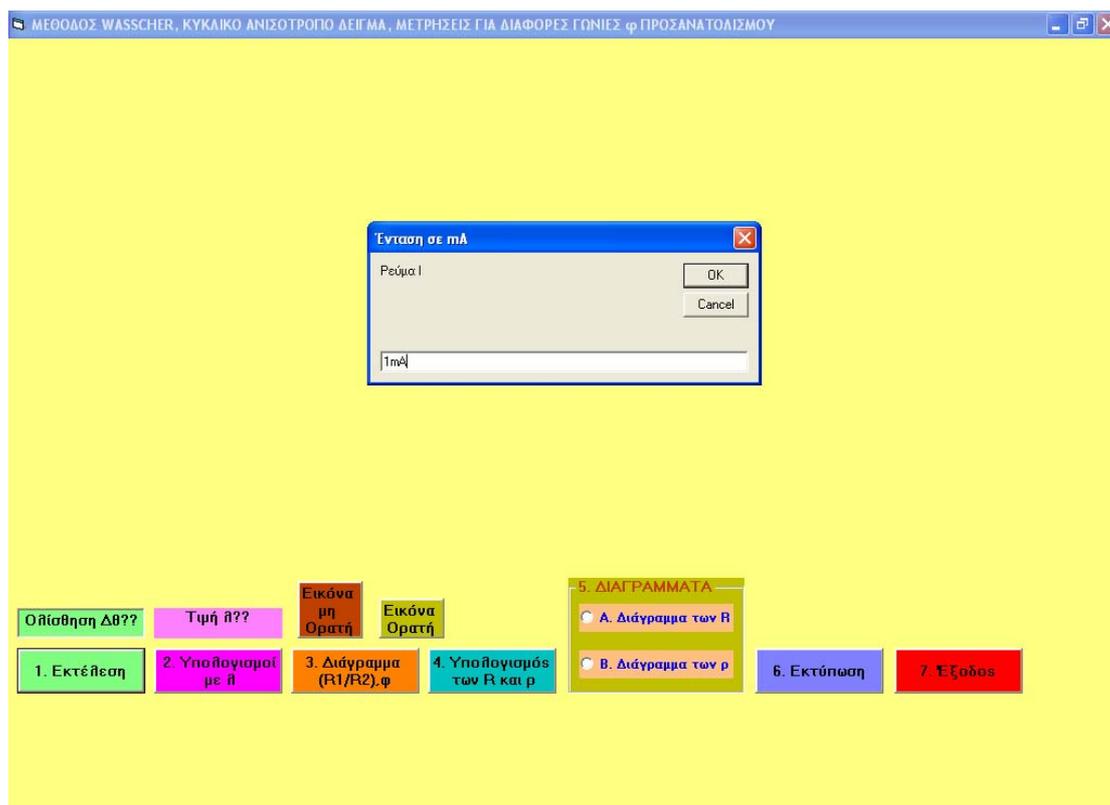
$$(R_2)_{\min} = \frac{(\rho_1 \rho_2)^{1/2}}{\pi d} \ln\left(\frac{2}{1+k}\right),$$

$$(R_1/R_2)_{\max} = \frac{\ln\left\{\frac{1}{2}(1-k)\right\}}{\ln\left\{\frac{1}{2}(1+k)\right\}}.$$

## Υλοποίηση

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η αρχική σελίδα της εφαρμογής καθώς και ένα οργανόγραμμα με την επιλογή των εντολών που πρέπει να ακολουθήσουμε για την ομαλή λειτουργία του προγράμματος. Πιο αναλυτικά μπορούμε να υπολογίσουμε τα R και ρ για κυκλικό ανισότροπο δείγμα για διαφορετικές γωνίες προσανατολισμού φ. Η εφαρμογή λειτουργεί σε περιβάλλον Visual Basic. Μπορούμε να ορίσουμε αρχικά συγκεκριμένες παραμέτρους, όπως η ένταση του ρεύματος σε mA που τροφοδοτούμε το δείγμα, το πάχος του δείγματος σε cm και ο αριθμός των επαναλήψεων των μετρήσεων που πραγματοποιείται για κάθε μια διαφορετική γωνία φ. Οι μετρήσεις μας αποθηκεύονται σε μορφή αρχείου .dat που αποτελεί την βάση δεδομένων της εφαρμογής. Ορίζοντας συγκεκριμένες παραμέτρους ακολουθούμε τον αύξοντα αριθμό των επιλογών και υπολογίζουμε την μέση τιμή του λ όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Τοποθετούμε την εν λόγω τιμή και έτσι μπορούμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα του  $(R_1/R_2)_\phi$  καθώς να υπολογίσουμε τα R και ρ. Η εφαρμογή μας επιτρέπει να απεικονίσουμε ξεχωριστά τα διαγράμματα των R και ρ όπως επίσης μας δίνεται η δυνατότητα εκτύπωσης των αποτελεσμάτων μας.

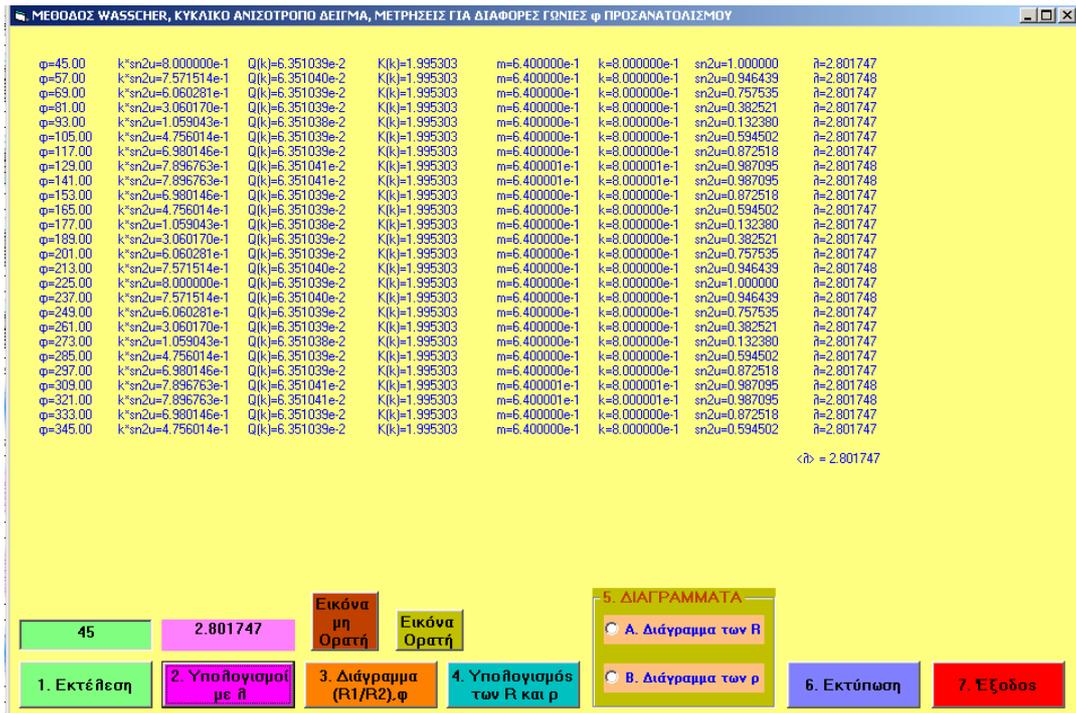




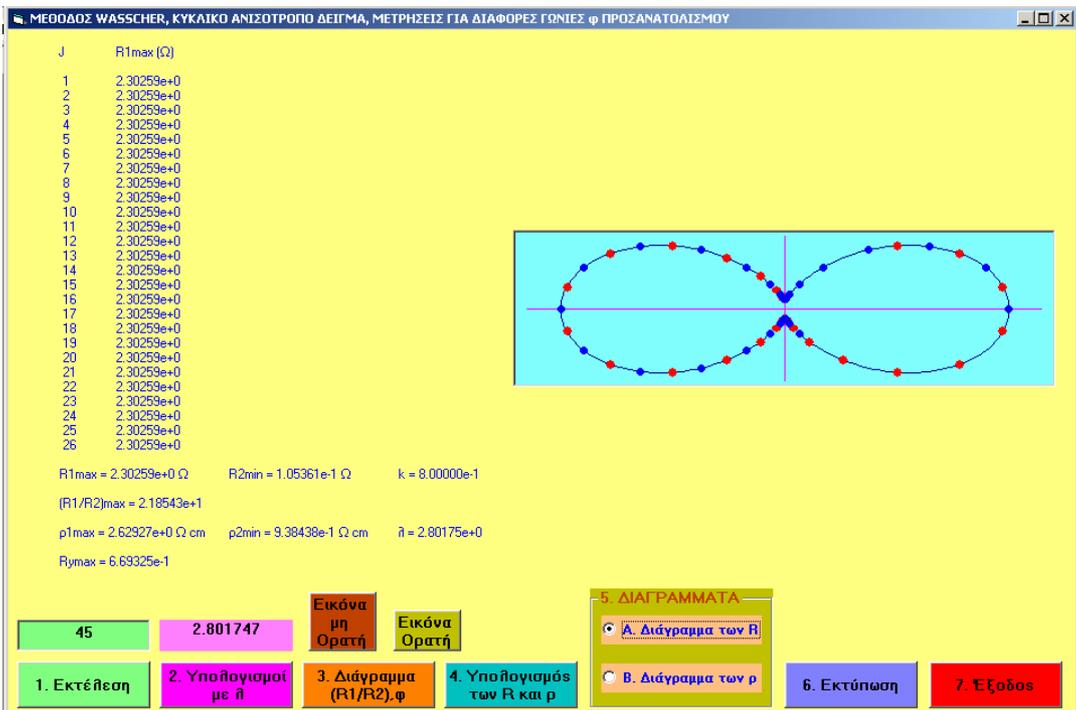
Σχήμα 3.

### Αποτελέσματα

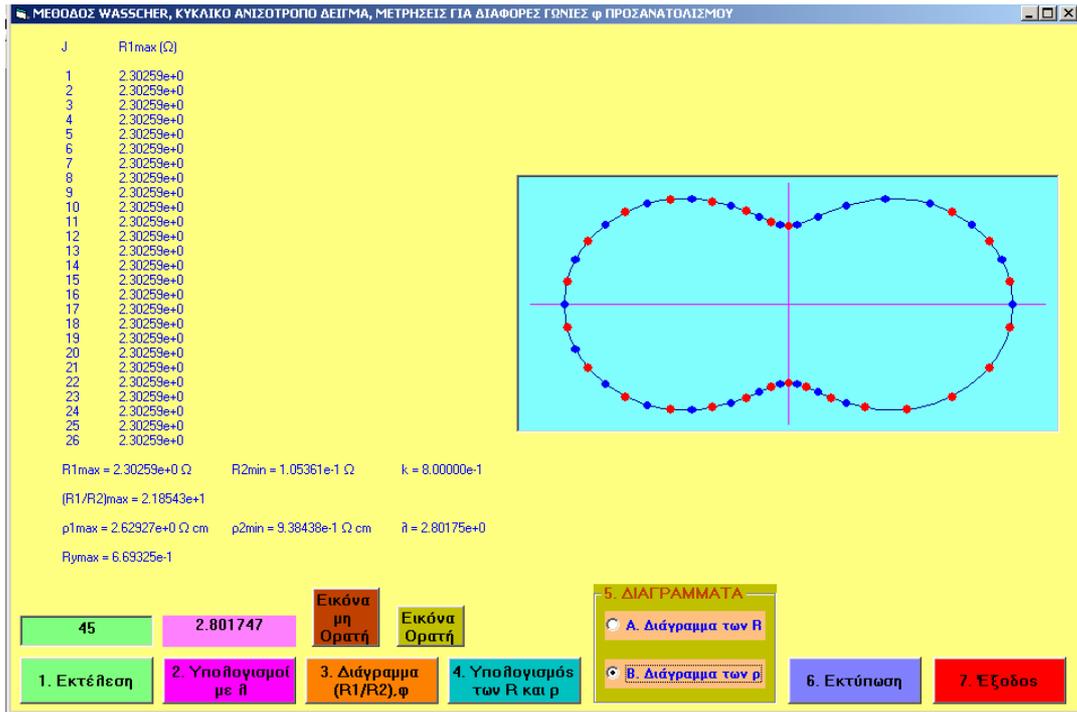
Τα αποτελέσματα τα οποία καταγράφηκαν αποθηκεύτηκαν ως βάση δεδομένων και η επεξεργασία τους φαίνεται παρακάτω για γωνία 45 και 40 μοιρών αντίστοιχα. Η επεξεργασία βασίζεται στους τύπους που προαναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Παρατηρούμε ότι για γωνία 45 μοιρών (σχήματα 4,5,6) το πρόγραμμα επεξεργάζεται όλα τα δεδομένα και υπολογίζει συνεπώς όλες τις τιμές για τα  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ . Για γωνία διαφορετική των 45 όπως για παράδειγμα 40 μοίρες που φαίνεται στο σχήμα 7 δεν μας δίνει επαρκεί αποτελέσματα για το υπολογισμό των εν λόγω ποσοτήτων όπως επίσης και για τον σχεδιασμό γραφικών παραστάσεων.



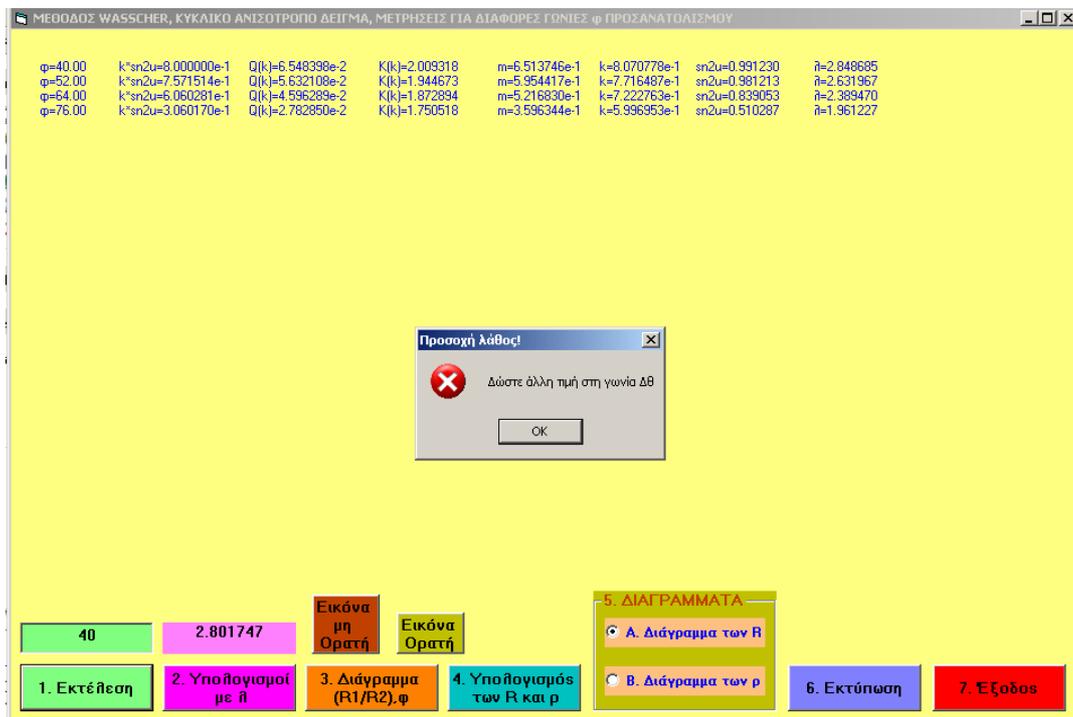
Σχήμα 4.



Σχήμα 5.



Σχήμα 6.



Σχήμα 7.

## Συμπεράσματα

Σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε μια παραθυρική εφαρμογή για την συστηματικά και φιλική προς τον χρήστη αποτίμηση των ηλεκτρικών ιδιοτήτων ανισότροπων υλικών. Πιο συγκεκριμένα ο κύριος στόχος της εφαρμογής είναι η υποβοήθηση στο να συλλέξουμε, να επεξεργαστούμε τα δεδομένα αλλά πολύ περισσότερο στην τήρηση του πρωτοκόλλου των μετρήσεων. Δοκιμάσαμε την εφαρμογή για ένα σύνολο από μετρήσεις, που ελήφθησαν από ένα κυκλικό ανισότροπο δείγμα με τέσσερις επαφές. Η επεξεργασία στηρίχτηκε στη μέθοδο Wasscher που αποτελεί μια προέκταση της μεθόδου van der Pauw. Η μέθοδος Wasscher πλεονεκτεί στο σημείο ότι δεν απαιτείται συγκεκριμένη γεωμετρία στο σχήμα του δείγματός μας όπως επίσης και η τοποθέτηση των ηλεκτροδίων που λαμβάνουμε τις μετρήσεις δεν χρειάζεται να είναι συγκεκριμένη. Έχει αποδειχθεί από την μέθοδο van der Pauw ότι μεγαλύτερη ακρίβεια των μετρήσεων επιτυγχάνεται με τη χρήση τεσσάρων ηλεκτροδίων. Η τροφοδοσία επιλέγεται να είναι με εναλλασσόμενο ρεύμα για μείωση φαινομένων πόλωσης στο δείγμα και ως εκ τούτου επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια. Η αποτίμηση των ηλεκτρικών ιδιοτήτων των δειγμάτων πραγματοποιείται με ακρίβεια και ταχύτητα, καθότι η επεξεργασία όλων αυτών των μετρήσεων μέχρι σήμερα αποτελούσε μια πολυσύνθετη και χρονοβόρα διαδικασία

## Αναφορές

- [1] Metrology: A tool and approach to ensure data quality Schneiders GE, Brown JC, Manalo J Capturing and reporting electronic data ACS symposium series 824: 98-108 2002
- [2] 2-Dimensional resistivity imaging and modeling in areas of complex geology Griffiths D.H., Barker R.D. Journal of Applied Geophysics 29 (3-4): 211-226 apr 14 1993
- [3] van der Pauw L J 1958 *Philips Res. Rep.* **13** 1
- [4] J.D. Wasscher, W. Albers and C. Haas, Solid State Electronics 6, 261, 1963.
- [5] J.D. Wasscher, Solid State Comm. 3, 169, 1965
- [6] L.J. van der Pauw, Philips Res. Repts 16, 187, 1961
- [7] D. S. Kyriakos and O. E. Valassiades, Semicond. Sci. Technol. **7** (1992) 1350-1354